

# ANALISIS PROSES MATEMATISASI HORIZONTAL DAN VERTIKAL SISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL PISA

SKRIPSI

Oleh:

EVA NURAINI

NIM D04216009



UIN SUNAN AMPEL  
S U R A B A Y A

UIN SUNAN AMPEL SURABAYA  
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN  
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA  
PRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
AGUSTUS 2020

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Eva Nuraini  
NIM : D04216009  
Jurusan/ Prodi : PMIPA / PMT  
Fakultas : Tarbiyah dan Keguruan

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar tulisan saya, dan bukan merupakan plagiasi baik sebagian atau seluruhnya.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa skripsi ini hasil plagiasi, baik sebagian atau seluruhnya, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut dengan ketentuan yang berlaku.

Surabaya, 10 Agustus 2020

Yang membuat pernyataan



Eva Nuraini

NIM D04216009

## PERSETUJUAN PEMBIMBING SKRIPSI

Skripsi oleh:

Nama : EVA NURAINI

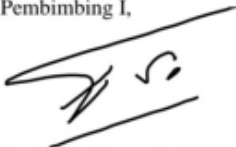
NIM : D04216009

Judul : ANALISIS PROSES MATEMATISASI HORIZONTAL DAN  
VERTIKAL SISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL PISA

Ini telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Surabaya, 10 Agustus 2020

Pembimbing I,



**Prof. Dr. Kusaeri, M.Pd**  
NIP. 197206071997031001

Pembimbing II,



**Yuni Arrifadah, M.Pd**  
NIP. 197306052007012048

**PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI**

Skripsi oleh Eva Nuraini telah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi

Surabaya, 14 Agustus 2020

Mengesahkan, Fakultas Tarbiyah dan Keguruan

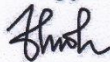
Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya

Dekan,

  
  
**Prof. Dr. H. Ali Mas'ud, M.Ag., M.Pd.I**  
NIP. 196301231993031002

Tim Penguji

Penguji I,



**Dr. Siti Lailiyah, M.Si**

NIP. 198409282009122007

Penguji II,



**Dr. Suparto, M.Pd.I**

NIP. 196904021995031002

Penguji III,



20/8/2020

**Prof. Dr. Kusaeri, M.Pd**

NIP. 197206071997031001

Penguji IV,



**Yuni Arrifadah, M.Pd**

NIP. 197306052007012048



**KEMENTERIAN AGAMA  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA  
PERPUSTAKAAN**

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300  
E-Mail: perpus@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI  
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : EVA NURAINI  
NIM : D04216009  
Fakultas/Jurusan : TARBIYAH DAN KEGURUAN/PMIPA  
E-mail address : evanuraini05@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

☒ Skripsi ☐ Tesis ☐ Desertasi ☐ Lain-lain (.....)

yang berjudul :

ANALISIS PROSES MATEMATISASI HORIZONTAL DAN VERTIKAL SISWA DALAM

MENYELESAIKAN SOAL PISA

berserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 29 Agustus 2020

Penulis

( EVA NURAINI )

# ANALISIS PROSES MATEMATISASI HORIZONTAL DAN VERTIKAL SISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL PISA

Oleh:  
EVA NURAINI

## ABSTRAK

Proses matematisasi merupakan transformasi masalah dunia nyata menjadi bentuk matematis yang dapat mencakup penataan, pembuatan konsep, membuat asumsi, dan merumuskan model, lalu menafsirkan model matematika dalam kaitannya dengan masalah tersebut. Saat siswa dihadapkan pada situasi dunia nyata kemudian masalah tersebut ditransformasi ke dalam simbol-simbol matematika, maka siswa melakukan aktivitas pada proses matematisasi horizontal. Selanjutnya proses matematisasi vertikal terjadi ketika siswa dapat menafsirkan model matematika secara matematis untuk menemukan solusi penyelesaian. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian yang diambil adalah 3 dari 32 siswa kelas VIII A MTsN 4 Surabaya yang dipilih berdasarkan kemampuan matematika yang dimiliki siswa dengan melihat skor tertinggi siswa setelah menyelesaikan soal PISA. Teknik pengumpulan data menggunakan soal tes tulis dan wawancara. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah soal tes tulis berstandar PISA dan lembar pedoman wawancara. Kemudian analisis data hasil wawancara yang dilakukan untuk menganalisis lebih dalam mengenai proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.

Hasil penelitian yang diperoleh adalah sebagai berikut: Proses matematisasi horizontal siswa dalam menyelesaikan soal PISA yaitu siswa menyebutkan dan mengungkapkan semua informasi-informasi yang diperlukan, mengidentifikasi dua konsep matematika yang relevan, mengungkapkan kembali soal dengan kalimatnya sendiri, menyebutkan semua kata-kata yang terdapat pada soal dengan permisalan variabel, dan menjelaskan cara merumuskan model matematika. Sedangkan proses matematisasi vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA yaitu siswa menggunakan representasi simbol dengan cara menuliskan beberapa model matematika, menggunakan simbol dan algoritma penyelesaian sesuai dengan konsep matematika, tidak melakukan revisi model matematika, memberikan argumentasi dan memberikan kesimpulan jawaban.

**Kata Kunci:** Proses matematisasi, matematisasi horizontal, matematisasi vertikal, PISA

## DAFTAR ISI

<b>SAMPUL DALAM.....</b>	<b>i</b>
<b>PERSETUJUAN PEMBIMBING .....</b>	<b>ii</b>
<b>PENGESAHAN TIM PENGUJI .....</b>	<b>iii</b>
<b>PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN .....</b>	<b>iv</b>
<b>LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI .....</b>	<b>v</b>
<b>MOTTO .....</b>	<b>vi</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN .....</b>	<b>vii</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>viii</b>
<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>xvi</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	<b>xvii</b>

### **BAB I PENDAHULUAN**

A. Latar Belakang .....	1
B. Rumusan Masalah .....	8
C. Tujuan Penelitian .....	8
D. Manfaat Penelitian .....	8
E. Batasan Masalah .....	8
F. Definisi Operasional .....	9

### **BAB II KAJIAN PUSTAKA**

A. Matematisasi .....	11
B. Proses Matematisasi.....	12
1. Proses Matematisasi Horizontal .....	15
2. Proses Matematisasi Vertikal .....	18
C. Penyelesaian Soal .....	22
D. Soal PISA .....	24
E. Hubungan Antara Proses Matematisasi Horizontal dan Vertikal dengan Soal PISA .....	35

### **BAB III METODE PENELITIAN**

A. Jenis Penelitian .....	39
B. Tempat dan Waktu Penelitian .....	39
C. Subjek Penelitian .....	39

D. Teknik Pengumpulan Data .....	42
E. Instrumen Penelitian .....	43
F. Keabsahan Data .....	44
G. Teknik Analisis Data .....	45
H. Prosedur Penelitian .....	46

#### **BAB IV HASIL PENELITIAN**

A. Proses Matematisasi Horizontal Siswa dalam Menyelesaikan Soal PISA .....	51
1. Subjek $S_1$ dalam Menyelesaikan Soal PISA	
a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek $S_1$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 .....	51
b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek $S_1$ dalam Menyelesaikan Soal no 2 .....	54
c. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek $S_1$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2 .....	56
2. Subjek $S_2$ dalam Menyelesaikan Soal PISA	
a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek $S_2$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 .....	60
b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek $S_2$ dalam Menyelesaikan Soal no 2 .....	62
c. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek $S_2$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2 .....	65
3. Subjek $S_3$ dalam Menyelesaikan Soal PISA	
a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek $S_3$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 .....	69
b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek $S_3$ dalam Menyelesaikan Soal no 2 .....	71
c. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek $S_3$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2 .....	73

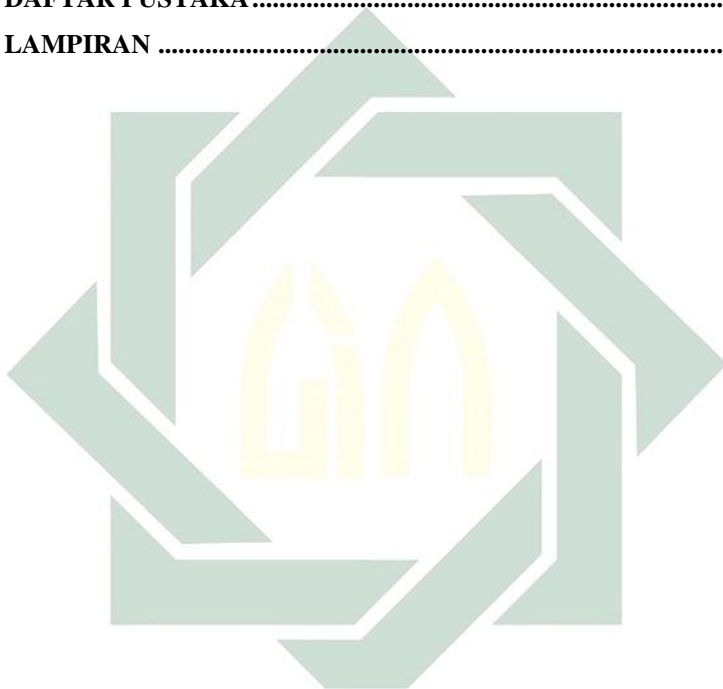


B. Proses Matematisasi Vertikal Siswa dalam Menyelesaikan Soal PISA .....	77
1. Subjek $S_1$ dalam Menyelesaikan Soal PISA	
a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek $S_1$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 .....	77
b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek $S_1$ dalam Menyelesaikan Soal no 2 .....	80
c. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek $S_1$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2 .....	82
2. Subjek $S_2$ dalam Menyelesaikan Soal PISA	
a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek $S_2$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 .....	87
b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek $S_2$ dalam Menyelesaikan Soal no 2 .....	89
c. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek $S_2$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2 .....	91
3. Subjek $S_3$ dalam Menyelesaikan Soal PISA	
a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek $S_3$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 .....	95
b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek $S_3$ dalam Menyelesaikan Soal no 2 .....	97
c. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek $S_3$ dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2 .....	99

## **BAB V PEMBAHASAN**

A. Pembahasan Hasil Penelitian .....	105
1. Proses Matematisasi Horizontal Siswa dalam Menyelesaikan Soal PISA.....	105
2. Proses Matematisasi Vertikal Siswa dalam Menyelesaikan Soal PISA.....	110

B. Kelemahan Penelitian .....	114
<b>BAB VI PENUTUP</b>	
A. Simpulan .....	115
B. Saran .....	115
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>117</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>124</b>



## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Indikator Proses Matematisasi Horizontal .....	17
Tabel 2.2	Indikator Proses Matematisasi Vertikal .....	20
Tabel 2.3	Proporsi Skor Sub-sub Aspek Konteks yang diuji dalam Studi PISA .....	30
Tabel 2.4	Proporsi Skor Sub-sub Aspek Kelompok yang diuji dalam Studi PISA .....	33
Tabel 2.5	Proses Matematisasi Horizontal dan Vertikal dengan Soal PISA .....	36
Tabel 3.1	Jadwal Pelaksanaan Penelitian .....	39
Tabel 3.2	Skor Tes PISA Siswa Kelas VIII A .....	40
Tabel 3.3	Data Subjek Penelitian .....	42
Tabel 3.4	Nama Validator Instrumen Penelitian .....	44
Tabel 4.1	Hasil Analisis Proses Matematisasi Horizontal Subjek S <sub>1</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA.....	59
Tabel 4.2	Hasil Analisis Proses Matematisasi Horizontal Subjek S <sub>2</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA.....	67
Tabel 4.3	Hasil Analisis Proses Matematisasi Horizontal Subjek S <sub>3</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA.....	76
Tabel 4.4	Hasil Analisis Proses Matematisasi Vertikal Subjek S <sub>1</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA.....	84
Tabel 4.5	Hasil Analisis Proses Matematisasi Vertikal Subjek S <sub>2</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA.....	93
Tabel 4.6	Hasil Analisis Proses Matematisasi Vertikal Subjek S <sub>3</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA.....	101

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Matematisasi Konseptual Murata .....	13
Gambar 2.2	Proses Matematisasi Horizontal dan Vertikal .....	14
Gambar 4.1	Jawaban $S_1$ dalam mengerjakan soal no 1 untuk Proses Matematisasi Horizontal .....	51
Gambar 4.2	Jawaban $S_1$ dalam mengerjakan soal no 2 untuk Proses Matematisasi Horizontal .....	54
Gambar 4.3	Jawaban $S_2$ dalam mengerjakan soal no 1 untuk Proses Matematisasi Horizontal .....	61
Gambar 4.4	Jawaban $S_2$ dalam mengerjakan soal no 2 untuk Proses Matematisasi Horizontal .....	63
Gambar 4.5	Jawaban $S_3$ dalam mengerjakan soal no 1 untuk Proses Matematisasi Horizontal .....	69
Gambar 4.6	Jawaban $S_3$ dalam mengerjakan soal no 2 untuk Proses Matematisasi Horizontal .....	71
Gambar 4.7	Jawaban $S_1$ dalam mengerjakan soal no 1 untuk Proses Matematisasi Vertikal .....	78
Gambar 4.8	Jawaban $S_1$ dalam mengerjakan soal no 2 untuk Proses Matematisasi Vertikal .....	80
Gambar 4.9	Jawaban $S_2$ dalam mengerjakan soal no 1 untuk Proses Matematisasi Vertikal .....	87
Gambar 4.10	Jawaban $S_2$ dalam mengerjakan soal no 2 untuk Proses Matematisasi Vertikal .....	89
Gambar 4.11	Jawaban $S_3$ dalam mengerjakan soal no 1 untuk Proses Matematisasi Vertikal .....	95
Gambar 4.12	Jawaban $S_3$ dalam mengerjakan soal no 2 untuk Proses Matematisasi Vertikal .....	97

## DAFTAR LAMPIRAN

### **Lampiran 1 (Instrumen Penelitian)**

1.1 Kisi-kisi Soal.....	125
1.2 Lembar Soal Tes .....	138
1.3 Alternatif Jawaban Soal Tes.....	141
1.4 Lembar Pedoman Wawancara.....	143

### **Lampiran 2 (Lembar Validasi)**

2.1 Lembar Validasi Soal Tes Tulis.....	151
2.2 Lembar Validasi Pedoman Wawancara .....	157

### **Lampiran 3 (Hasil Penelitian)**

3.1 Hasil soal PISA subjek AR .....	163
3.2 Hasil soal PISA subjek SI .....	164
3.3 Hasil soal PISA subjek NZ .....	165

### **Lampiran 4 (Surat dan lain-lain)**

4.1 Surat Tugas .....	166
4.2 Surat Izin Penelitian UIN Sunan Ampel Surabaya.....	167
4.3 Surat Keterangan Telah Melakukan Penelitian .....	168
4.4 Lembar Konsultasi Bimbingan .....	169
4.5 Biodata Penulis .....	170

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

PISA (*Programme for International Student Assessment*) merupakan studi internasional yang menilai kemampuan literasi matematika siswa. Fokus dari PISA yaitu menekankan pada keterampilan dan kompetensi siswa yang diperoleh dari sekolah dan dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari dan dalam berbagai situasi.<sup>1</sup> Permasalahan kehidupan sehari-hari yang terkait penerapan matematika dapat diselesaikan menggunakan kemampuan literasi matematika. Kemampuan literasi membantu seseorang untuk mengenal peran matematika dalam kehidupan dan membuat pertimbangan maupun keputusan yang dibutuhkan sebagai warga negara.<sup>2</sup>

PISA diselenggarakan oleh OECD (*Organization For Economic Cooperation and Development*) sejak tahun 2000 dan dilaksanakan setiap tiga tahun sekali untuk mengetahui kemampuan literasi dalam membaca, sains, dan matematika.<sup>3</sup> Indonesia merupakan salah satu negara yang ikut berpartisipasi sejak awal penyelenggaraan PISA. Namun, hasil PISA yang dicapai siswa Indonesia masih belum memuaskan.<sup>4</sup> Hal ini terlihat dari hasil PISA pada tahun 2000 yang menunjukkan bahwa Indonesia menempati urutan ke-39 dari 41 negara untuk bidang matematika, dengan skor 367 yang jauh di bawah skor

---

<sup>1</sup> Setiawan H, Dafik, Lestari NDS, “Soal Matematika dalam PISA Kaitannya dengan Literasi Matematika dan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi”, *Jurnal Prosiding Seminar Nasional Matematika*, <https://jurnal.unej.ac.id>. (15 Januari 2019), Halaman 244.

<sup>2</sup> Hasanah H, “Efektivitas Soal-soal Matematika Tipe PISA Menggunakan Konteks Budaya Sumatera Utara untuk Mendeskripsikan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematis Siswa SMP Kota Medan”, *Jurnal AXIOM*, Volume 6, Nomor 1, 2017, Halaman 67.

<sup>3</sup> Nindi Larasati, dkk. “Literasi Matematika Pada Mahasiswa Fakultas Ekonomi Universitas Pancasakti Tegal”, *Jurnal Pendidikan MIPA Pancasakti*, Vol 1, No 1, 2017, Hal. 35-42.

<sup>4</sup> Nur Aida, Kusaeri, dkk. “Karakteristik Instrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika Ranah Kognitif yang Dikembangkan Mengacu pada Model Pisa”, *Suska Journal of Mathematics Education*, Volume 3, Nomor 2, 2017, Hal. 130 – 139.

rata-rata negara OECD yaitu 500.<sup>5</sup> Pada tahun 2003 juga masih belum memuaskan, posisi PISA Indonesia berada di urutan ke-38 dari 40 negara, dengan skor 361.<sup>6</sup>

Pada PISA 2006, skor matematika siswa Indonesia naik secara signifikan dari 361 menjadi 391, namun Indonesia tetap berada di urutan bawah yaitu posisi ke-50 dari 57 negara.<sup>7</sup> Sedangkan pada PISA 2009, skor matematika siswa Indonesia turun menjadi 371 dan Indonesia berada diposisi 61 dari 65 negara.<sup>8</sup> Kemudian pada PISA tahun 2012, Indonesia menduduki posisi 64 dari 65 negara dengan perolehan skor 375.<sup>9</sup> Pada PISA 2015, Indonesia berada di posisi 63 dari 70 negara dengan skor matematika adalah 386.<sup>10</sup> Dan pada PISA 2018, Indonesia mengalami penurunan di posisi 74 dari 79 negara dengan skor matematika 379 di bawah rata-rata OECD 489.<sup>11</sup> Hasil PISA tersebut menunjukkan bahwa prestasi siswa Indonesia selalu berada di peringkat cukup rendah.

Penyebab peringkat rendahnya kemampuan siswa Indonesia dalam menyelesaikan soal PISA telah dikemukakan oleh beberapa peneliti. Menurut Wardani dan Rumiati, siswa belum terbiasa dengan soal PISA dimana soal-soal PISA tersebut mengaitkan antara konteks dengan kehidupan sehari-hari.<sup>12</sup> Sedangkan menurut Nursyahidah dan Albab, siswa tidak terbiasa dalam memecahkan masalah matematika yang menuntut keterampilan berpikir kritis.<sup>13</sup> Hal ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Dewantara. Dalam hasil penelitiannya, ditemukan bahwa guru sering memberikan

<sup>5</sup> OECD. 2003, *“Literacy Skills for the World of Tomorrow. Further Results from PISA 2000”*, Paris: OECD.

<sup>6</sup> OECD. 2004, *“Learning for Tomorrow’s World. First Result from PISA 2003”*, Paris.

<sup>7</sup> OECD. 2007, PISA 2006: *“Science Competencies for Tomorrow’s World”*. Paris:OECD.

<sup>8</sup> OECD. 2009. PISA 2009. *“Assessment Framework- Key Competencies Reading, Mathematics and Science”*, Paris: OECD.

<sup>9</sup> OECD. 2012. PISA 2012. *“Result in Focus”*, Paris: OECD Publishing

<sup>10</sup> OECD. 2016. PISA 2015, *“Results in Focus”*, (online), (WWW.OECD.ORG/PISA. Diakses pada tanggal 19 Desember 2016).

<sup>11</sup> OECD. 2018. PISA 2018. *“Result in Focus”*, Paris: OECD Publishing

<sup>12</sup> Wardani & Rumiati. “Instrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika SMP: Belajar dari PISA dan TIMSS”, (Yogyakarta: 2011 P4TK Pendidikan Nasional Matematika).

<sup>13</sup> Nursyahidah & Albab. Investigating student difficulties on integral calculus based on critical thinking aspects. Jurnal Riset Pendidikan Matematika, vol 4, no 2, 2017, 211-218.

masalah matematika yang sebagian besar menuntut siswa untuk menerapkan rumus, prosedur, atau algoritma.<sup>14</sup>

Dalam interaksinya dengan siswa, guru juga biasanya memulai dengan memberikan pertanyaan yang hanya fokus pada rumus dan mengharuskan siswa untuk merespon dengan segera. Kondisi yang demikian, guru dianggap gagal mendorong siswa untuk bernalar dan membuat argumen dalam menyelesaikan masalah matematika seperti soal PISA, dimana soal tersebut membutuhkan penalaran untuk dipecahkan.<sup>15</sup> Hal ini berarti, rendahnya peringkat kemampuan siswa Indonesia dalam menyelesaikan soal PISA disebabkan oleh siswa yang kurang terbiasa mengaitkan masalah matematika dengan kehidupan sehari-hari serta tidak terbiasanya seorang siswa dalam menyelesaikan soal PISA, dimana soal tersebut menuntut keterampilan berpikir kritis.

Selain itu, kurang terlatihnya guru Indonesia dengan soal PISA menjadi penyebab rendahnya peringkat Indonesia. Kebanyakan guru di Sekolah masih kurang memahami atau menguasai tentang soal model PISA, sehingga soal-soal yang diberikan kepada siswa hanya soal rutin.<sup>16</sup> Hal ini berarti, siswa dapat menyelesaikan soal berkategori rutin dengan mudah menggunakan cara yang sudah ada sebelumnya. Sedangkan soal non rutin seperti pada soal PISA membutuhkan penguasaan ide konseptual yang rumit.<sup>17</sup> Sehingga, siswa kurang terbiasa untuk menyelesaikan soal-soal non rutin matematika yang menuntut kemampuan berpikir tingkat tinggi.<sup>18</sup>

---

<sup>14</sup> Dewantara. *Assessing seventh graders' mathematical literacy in solving PISA-Like tasks*. Journal on Mathematics Education, Vol 6, No 2, 2015, 117-128.

<sup>15</sup> Ibid, 575.

<sup>16</sup> Ahmad Nasriyadi. "Kemampuan Siswa Memecahkan Soal Setara PISA Konteks Pekerjaan", *STKIP Bina Bangsa Getsempena*, Banda Aceh, Halaman 225.

<sup>17</sup> Ariyadi Wijaya., Op. Cit.

<sup>18</sup> Rahmad Ramelan, dkk. "Peningkatan Kemampuan Guru Matematika dalam Perancangan Soal-Soal Berbasis HOTS", *Jurnal Pakar Pendidikan*, Vol 16, No 1, 2018, Hal 62.



Kemampuan berpikir tingkat tinggi merupakan keterampilan yang dapat dilatihkan.<sup>19</sup> Namun, siswa belum terbiasa dalam berpikir tingkat tinggi, serta kurang terampil dalam mengembangkan konsep pengetahuan mereka sendiri.<sup>20</sup> Hal ini sesuai dengan penelitian Susanti, bahwa siswa Indonesia pada umumnya kurang terlatih dalam menyelesaikan soal-soal yang membutuhkan kemampuan penalaran yang baik seperti pada soal-soal PISA.<sup>21</sup> Sehingga, kurangnya keterampilan berlatih siswa dalam menyelesaikan soal PISA ini menjadi salah satu faktor penyebab rendahnya hasil PISA siswa Indonesia.

Keterampilan pemecahan suatu masalah dalam menyelesaikan masalah kontekstual terutama soal PISA membutuhkan matematisasi.<sup>22</sup> Dalam pemecahan masalah kontekstual dibutuhkan pemodelan matematika dari persoalan konkrit menuju ke model abstrak.<sup>23</sup> Dengan kata lain, pemodelan matematika dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah. Untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah perlu dikembangkan keterampilan memahami masalah, membuat model matematika, menyelesaikan masalah dan menafsirkan solusinya.<sup>24</sup> Menurut Mavugara, untuk memperkuat kemampuan siswa dalam pemecahan masalah, sebaiknya guru perlu memanfaatkan masalah-masalah real atau

---

<sup>19</sup> Rosnawati, “Enam Tahapan Aktivitas dalam Pembelajaran Matematika untuk Mendayagunakan Berpikir Tingkat Tinggi Siswa”, *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Universitas Negeri Yogyakarta*, 2009.

<sup>20</sup> Mohammad Ali, dkk. “Peningkatan Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi dalam Pelajaran SD Melalui Model Pembelajaran Treffinger”, *Jurnal EDUTECHNOLOGIA*, Volume 3, Nomor 2, Agustus 2017, Halaman 137.

<sup>21</sup> Susanti, “Pengembangan Soal Matematika Menggunakan Konteks Bowling untuk Siswa kelas VII SMP”, *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Universitas PGRI Palembang*, 12 JANUARI 2019.

<sup>22</sup> Lestariningsih L, Amin SM, dkk. “Students’ Mathematisation in Solving Mathematical Literacy Problems with Space and Shape Contents”, *Proc. of University of Muhammadiyah Malang’s 1st INCOMED, ASSEHR*, 2018, 160 p. 291.

<sup>23</sup> Pitriani, “Kemampuan Pemodelan Matematika dalam Realistic Mathematics Education (RME)”, *JES-MAT*, Volume 2, Nomor 1, Maret 2016, Halaman 65.

<sup>24</sup> Y Artiani, Skripsi: “Pengaruh Pendekatan Realistik Matematik Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Kelas VII”, UPI, 2017, Halaman 6-7.

kontekstual dalam pembelajaran matematika.<sup>25</sup> Karena dalam pendekatan realistik matematik masalah-masalah real dijadikan sebagai awal pembelajaran yang selanjutnya dimanfaatkan oleh siswa dalam melakukan matematisasi.<sup>26</sup> Dengan demikian, ketika seorang siswa melakukan kegiatan belajar matematika maka dalam dirinya terjadi proses matematisasi.

Matematisasi merupakan transformasi situasi dunia nyata ke dalam suatu masalah matematika melalui siklus pemodelan.<sup>27</sup> Matematisasi ini bergerak pada dua arah, yaitu antara dunia nyata dan dunia matematika. Hal ini sesuai dengan yang dikatakan oleh Hayat dan Yusuf, bahwa siswa harus mengaitkan pengetahuan matematikanya dengan situasi yang ditemui dalam kehidupan sehari-hari.<sup>28</sup> Dalam hal ini, PISA dirancang untuk mengetahui potensi matematika siswa dalam kehidupan nyata melalui suatu konsep belajar matematika yang kontekstual.<sup>29</sup> Dengan demikian, PISA dapat menerjemahkan masalah secara langsung dari situasi nyata ke dalam model matematika.

Matematisasi tidak hanya digunakan ketika seseorang membuat model matematika dari suatu masalah kehidupan nyata, tetapi juga menafsirkan solusi penyelesaian dari model tersebut ke dalam konteks kehidupan nyata.<sup>30</sup> Hal ini sesuai dokumen OECD (*Organization For Economic Cooperation and Development*) bahwa matematisasi merupakan transformasi masalah dunia nyata menjadi bentuk matematis (yang dapat mencakup penataan, pembuatan konsep, membuat asumsi, dan merumuskan model), lalu menafsirkan model

---

<sup>25</sup>Sugiman dan Yaya. “Dampak Pendidikan Matematika Realistik Terhadap Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa SMP”, *Jurnal Indo MS. JME*, Volume 1, Nomor 1, Halaman 42.

<sup>26</sup> Artiani, Loc. Cit.

<sup>27</sup> Predinger, “*Why Johnny Can’t Apply Multiplication? Revising Choice of Operation with Fraction*”, *International Elektronik Journal of Mathematics Education* 6 (2), 2008, hal 65-88.

<sup>28</sup> Bahrul Hayat & Yusuf, “*Mutu Pendidikan*”, (Jakarta: Bumi Aksara, 2011), Halaman 212.

<sup>29</sup> Ibid, 212

<sup>30</sup> Lestariningsih L. Op.Cit

matematika dalam kaitannya dengan masalah tersebut.<sup>31</sup> Dengan kata lain, matematisasi memungkinkan seseorang melakukan aktivitas mentransformasi masalah yang diekspresikan dalam konteks kehidupan nyata menjadi model matematika, kemudian penyelesaian model atau representasi matematis ditafsirkan ke dalam konteks kehidupan nyata.

Menurut Treffers, matematisasi dibedakan menjadi dua komponen yaitu matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal.<sup>32</sup> Matematisasi horizontal berproses dari kehidupan sehari-hari menuju simbol-simbol matematika, dengan cara menemukan keteraturan (*regularities*), hubungan (*relations*), dan struktur (*structures*) yang diperlukan guna untuk mengidentifikasi informasi dalam persoalan sehari-hari menuju simbol-simbol atau model matematika melalui skematisasi dan visualisasi. Sedangkan matematisasi vertikal merupakan bentuk formalisasi (*formalizing*) dimana model matematika yang diperoleh pada matematisasi horizontal menjadi landasan dalam menyelesaikan masalah yang diberikan.<sup>33</sup> Matematisasi vertikal dapat dilakukan setelah melalui matematisasi horizontal, karena model matematika yang telah diperoleh pada matematisasi horizontal tersebut digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika. Selain itu, kedua proses matematisasi ini bukan merupakan proses yang saling terpisah antara yang satu dengan yang lainnya, tetapi merupakan suatu proses yang berjalan saling beriringan.<sup>34</sup> Hal ini berarti, proses matematisasi horizontal dan vertikal tidak dapat dipisahkan karena kedua proses ini berjalan saling beriringan namun dapat didefinisikan secara terpisah.

Penelitian yang relevan terkait matematisasi horizontal dan vertikal telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Misalnya

---

<sup>31</sup> OECD 2016 PISA 2015, "Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy", (Paris: OECD Publishing).

<sup>32</sup> Treffers, A Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – The Wiskobas Project. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

<sup>33</sup> De Lange, "Mathematics Insight and Meaning: Teaching, Learning and Testing of Mathematics for the Life and Social Sciences", Utrecht: Vakgroep Onderzoek Wiskundeonderwijs en Onderwijs Computercentrum, 1987.

<sup>34</sup> M. Rendik Widoyanto, Skripsi: "Analisis Matematisasi Siswa dalam Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Matematika Realistik Pokok Bahasan Kesebangunan di Kelas IX G SMPN 29 Surabaya Ditinjau dari Kemampuan Matematika Siswa", 2014

penelitian yang dilakukan oleh Amala. Dalam penelitiannya, ditemukan bahwa siswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi dalam menyelesaikan masalah kontekstual pecahan, mereka dapat melakukan semua proses matematisasi horizontal dan vertikalnya. Sedangkan siswa yang berkemampuan matematika sedang dan rendah dalam menyelesaikan masalah kontekstual pecahan, mereka melakukan semua kegiatan dalam proses matematisasi horizontal tetapi tidak melakukan semua kegiatan dalam proses matematisasi vertikal.<sup>35</sup>

Selain itu dari peneliti Rahmawati, hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa matematisasi siswa yang memiliki gaya kognitif *visualizer* dalam menyelesaikan masalah aljabar PISA dapat menerjemahkan masalah secara langsung dari situasi nyata ke dalam model matematika dengan cara menggambarkan apa yang sedang dipikirkan dan melakukan *trial and error* atau coba-coba untuk mengkonsepkan situasi yang berkaitan. Sedangkan siswa yang memiliki gaya kognitif *verbalizer* dapat menerjemahkan masalah secara langsung dari situasi nyata ke dalam model matematika dengan menuliskan variabel yang berkaitan.<sup>36</sup>

Berdasarkan uraian di atas, tampak bahwa Amala meneliti proses matematisasi horizontal dan vertikal pada permasalahan kontekstual dan Rahmawati meneliti proses matematisasi secara umum. Berdasarkan kedua penelitian tersebut, peneliti ingin mengetahui proses matematisasi pada soal yang tingkatannya lebih tinggi yaitu pada soal PISA. Selain itu, peneliti juga ingin mengetahui proses matematisasi horizontal dan vertikalnya. Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian yang berjudul **“Analisis Proses Matematisasi Horizontal dan Vertikal Siswa dalam Menyelesaikan Soal PISA”**.

---

<sup>35</sup> Ahsanul Amala, “Profil Proses Matematisasi Horizontal dan Vertikal Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Pecahan Ditinjau dari Kemampuan Matematika”, *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, UNESA, Volume 3, Nomor 5, Tahun 2016, Halaman 303.

<sup>36</sup> Rahmawati, “Profil Matematisasi Siswa SMA dalam Menyelesaikan Masalah Ditinjau dari Gaya Kognitif *Visualizer* dan *Verbalizer*”, *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, Volume 3, Nomor 5, Tahun 2016.

## **B. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, maka rumusan masalah dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana proses matematisasi horizontal siswa dalam menyelesaikan soal PISA?
2. Bagaimana proses matematisasi vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA?

## **C. Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan di atas, maka tujuan penelitian yang ingin dicapai sebagai berikut:

1. Untuk mendeskripsikan proses matematisasi horizontal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.
2. Untuk mendeskripsikan proses matematisasi vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.

## **D. Manfaat Penelitian**

Hasil penelitian yang dilakukan peneliti diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi siswa, hasil penelitian ini dapat memberikan pengalaman agar siswa lebih terbiasa dalam menyelesaikan soal PISA.
2. Bagi guru, hasil penelitian ini dapat memberikan informasi kepada guru matematika terkait proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.
3. Bagi peneliti, hasil penelitian ini dapat menambah wawasan dan pengalaman peneliti terkait proses matematisasi horizontal dan vertikal dalam menyelesaikan soal PISA.
4. Bagi peneliti lain, hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai referensi untuk melakukan penelitian lebih lanjut tentang proses matematisasi horizontal dan vertikal.

## **E. Batasan Masalah**

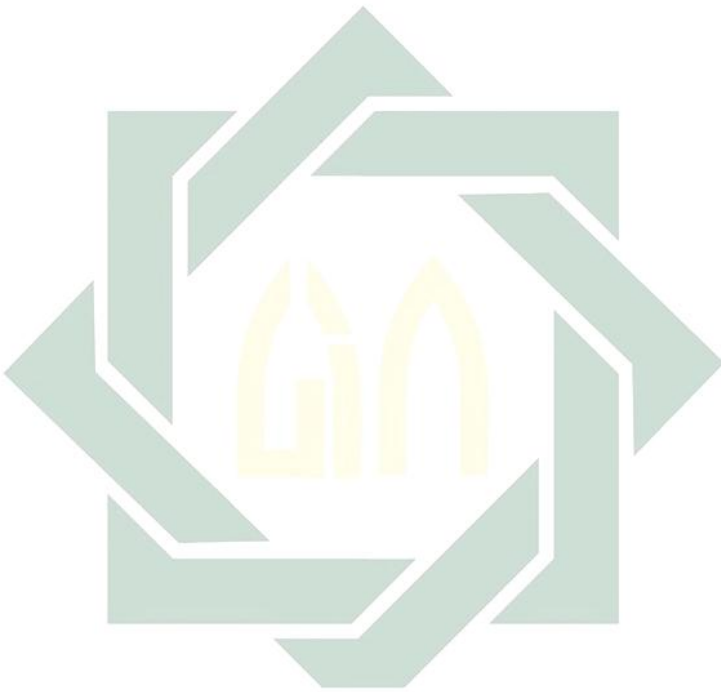
Untuk menghindari meluasnya pembahasan penelitian, maka perlu dilakukan pembatasan terhadap permasalahan yang

ada. Adapun batasan masalah dalam penelitian ini menggunakan soal PISA konten perubahan dan hubungan (*change and relationship*), karena konten tersebut sesuai dengan soal PISA aljabar pada materi sistem persamaan linear dua variabel dan materi kecepatan.

## F. Definisi Operasional

Untuk menghindari adanya perbedaan dalam penafsiran istilah yang ada pada penelitian ini, maka peneliti mendefinisikan beberapa istilah, antara lain:

1. Proses matematisasi adalah tahapan aktivitas yang dilakukan seseorang dalam mentransformasi situasi dunia nyata ke dalam suatu masalah matematika.
2. Matematisasi horizontal adalah aktivitas mental seseorang dalam mentransformasi masalah kontekstual ke dalam bentuk model matematika.
3. Proses matematisasi horizontal adalah tahapan aktivitas yang dilakukan seseorang dalam mentransformasi masalah kontekstual ke dalam bentuk model matematika.
4. Matematisasi vertikal adalah aktivitas mental seseorang dalam melakukan proses formalisasi berdasarkan pengetahuan dan keterampilan yang dimiliki, dimana model yang diperoleh pada matematisasi horizontal menjadi landasan dalam menyelesaikan masalah yang diberikan.
5. Proses matematisasi vertikal adalah tahapan aktivitas yang dilakukan seseorang dalam memformalisasi model matematika yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam penyelesaian masalah matematika.
6. Penyelesaian soal adalah kegiatan mencari cara untuk memperoleh jawaban dari soal/pertanyaan yang diberikan.
7. Soal PISA adalah soal matematika yang menuntut siswa untuk memahami dan mengidentifikasi masalah nyata dan merubahnya kedalam konsep matematika.



Nb: Halaman ini sengaja dikosongkan

## BAB II KAJIAN PUSTAKA

### A. Matematisasi

Secara bahasa, kata matematisasi berasal dari *mathematization* atau *mathematisation*. Kata *mathematisation* merupakan kata benda dari kata kerja *mathematise* atau *mathematize* yang artinya mematematikakan. Menurut Wijaya, matematisasi adalah suatu proses untuk mematematikakan suatu fenomena.<sup>1</sup> Mematematikakan diartikan sebagai memodelkan suatu fenomena atau permasalahan secara matematis (dalam arti mencari matematika yang relevan terhadap suatu fenomena) ataupun membangun suatu konsep matematika dari suatu fenomena.<sup>2</sup>

De Lange mengatakan bahwa matematisasi merupakan suatu aktivitas mengorganisasikan konsep matematika berdasarkan pengetahuan dan keterampilan yang dimiliki guna untuk menemukan keteraturan, hubungan, dan struktur yang belum diketahui.<sup>3</sup> Kemudian menurut Hayat dan Yusuf, seorang siswa harus mengaitkan pengetahuan matematikanya dengan situasi yang ditemui dalam kehidupan sehari-hari.<sup>4</sup> Hal ini berarti matematisasi merupakan dasar dari matematika yang bergerak pada dua arah, yaitu antara dunia nyata dan dunia matematika.

Menurut Predinger, matematisasi adalah transformasi situasi dunia nyata ke dalam suatu masalah matematika melalui siklus pemodelan.<sup>5</sup> Selanjutnya, matematisasi tidak hanya digunakan ketika seseorang membuat model matematika dari suatu masalah kehidupan nyata, tetapi juga menafsirkan

---

<sup>1</sup> Ariyadi Wijaya, "Pendidikan Matematika Realistik Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika", (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2012), 41.

<sup>2</sup> Ibid, 42.

<sup>3</sup> De Lange, "*Mathematics Insight and Meaning: Teaching, Learning and Testing of Mathematics for the Life and Social Sciences*", Utrecht: Vakgroep Onderzoek Computercentrum, 1987.

<sup>4</sup> Bahrul Hayat & Yusuf, "*Mutu Pendidikan*", (Jakarta: Bumi Aksara, 2011), 212.

<sup>5</sup> Predinger, "*Why Johnny Can't Apply Multiplication? Revising Choice of Operation with Fraction*", *International Elektronik Journal of Mathematics Education*, 6 (2), 2008, 65-88.



penyelesaian model tersebut ke dalam konteks kehidupan nyata.<sup>6</sup> Hal ini sesuai dokumen OECD (*Organization For Economic Cooperation and Development*) bahwa matematisasi merupakan transformasi masalah dunia nyata menjadi bentuk matematis (yang dapat mencakup penataan, pembuatan konsep, membuat asumsi, dan merumuskan model), lalu menafsirkan atau mengevaluasi model matematika dalam kaitannya dengan masalah tersebut.<sup>7</sup>

Berdasarkan beberapa pendapat para ahli, maka peneliti menyimpulkan bahwa matematisasi merupakan aktivitas yang dilakukan seseorang dalam mentransformasi situasi dunia nyata ke dalam suatu masalah matematika. Dengan kata lain, matematisasi memungkinkan seseorang melakukan aktivitas mentransformasi masalah yang diekspresikan dalam konteks kehidupan nyata menjadi model atau representasi matematis, kemudian penyelesaian model atau representasi matematis ditafsirkan ke dalam konteks kehidupan nyata.

## **B. Proses Matematisasi**

Murata dan Kattubadi menggambarkan proses matematisasi sebagai suatu proses memodelkan situasi secara matematis yang mensyaratkan siswa untuk mengekstraksikan informasi dari situasi tersebut.<sup>8</sup> Kemudian, proses ini memfokuskan pada informasi yang spesifik terhadap situasi (*model of situation*). Selanjutnya, siswa mengembangkan informasi kuantitatif berdasarkan pengalaman mereka untuk digunakan dalam menyelesaikan masalah (*model for situation*).<sup>9</sup>

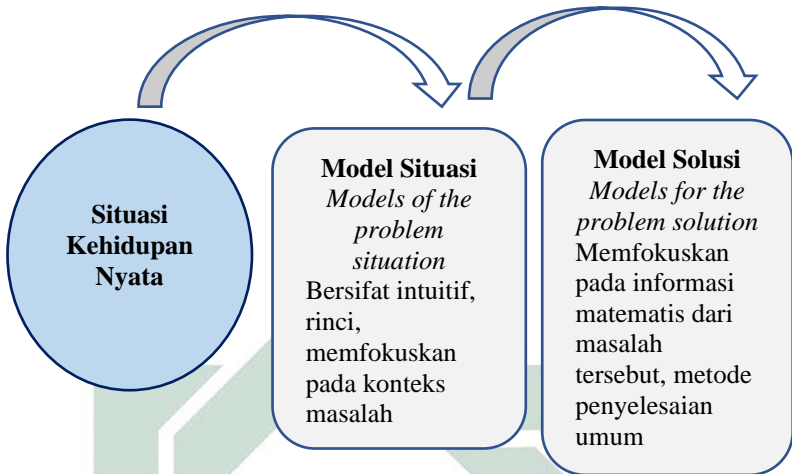
---

<sup>6</sup> Lestariningsih L, Amin SM, dkk. “*Students’ Mathematisation in Solving Mathematical Literacy Problems with Space and Shape Contents*”, Proc. of University of Muhammadiyah Malang’s 1st INCOMED, ASSEHR 160 p. 291.

<sup>7</sup> OECD 2016 PISA 2015, “*Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*”, (Paris: OECD Publishing).

<sup>8</sup> Murata, A. & Kattubadi, “*Grade 3 Students mathematization through modeling: situation models and solution models with multi-digit subtraction problem solving*”, The Journal of the mathematics behavior, 31, 2012, 17.

<sup>9</sup> Ibid, 17



**Gambar 2.1**  
**Matematisasi Konseptual Murata.<sup>10</sup>**

Mengacu pada konsep Murata, proses matematisasi merupakan transformasi masalah nyata ke dalam bentuk model matematika selanjutnya model matematika digunakan untuk menentukan metode penyelesaiannya. Proses matematisasi berawal dari masalah yang dihadapi dalam kehidupan sehari-hari, kemudian merumuskan masalah ke dalam konsep matematika, mengidentifikasi konsep matematika yang relevan, melakukan asumsi dan generalisasi, menemukan kesesuaian dan pola permasalahan, dan menemukan model pemecahan masalah berdasarkan konsep matematika.<sup>11</sup> Selain itu, proses matematisasi terjadi melalui aktivitas membangun model matematika dari situasi dunia nyata, menyelesaikan model matematika untuk menemukan solusi matematika dan kemudian menginterpretasikan solusi sehubungan dengan masalah kontekstual nyata.<sup>12</sup>

Dengan demikian, proses matematisasi berawal dari masalah dunia nyata kemudian diubah ke dalam penyelesaian masalah matematika. Dimana penggunaan model matematika merupakan salah satu cara untuk menyelesaikan suatu masalah.

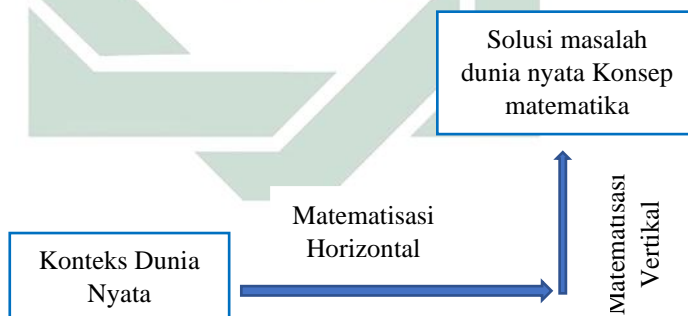
<sup>10</sup> Ibid, 17.

<sup>11</sup> Bahrul Hayat & Yusuf, Loc. Cit., 212

<sup>12</sup> Axanthe Knott, Disertasi: “*The Process of Mathematisation in Mathematical Modeling of Number Patterns in Secondary School Mathematics*”. (Stellenbosch University, Desember 2014), 39.

Seseorang dapat dikatakan mampu menyelesaikan masalah apabila dapat menerapkan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam situasi baru yang belum dikenal.<sup>13</sup> Aktivitas yang harus ada dalam proses matematisasi yaitu identifikasi masalah, menerjemahkan masalah dunia nyata ke dalam masalah matematika yang representatif, menyelesaikan masalah menggunakan model matematika, selanjutnya menerjemahkan kembali solusi penyelesaiannya ke dalam masalah nyata. Oleh karena itu, proses matematisasi dalam penelitian ini didefinisikan sebagai tahapan aktivitas yang dilakukan seseorang dalam mentransformasi situasi dunia nyata ke dalam suatu masalah matematika. Namun, penelitian ini untuk mengungkap bagaimana aktivitas proses matematisasi siswa ketika memecahkan masalah yang diberikan.

Menurut Treffers and Goffree, *“distinguish two components in mathematization, that is horizontal and vertical components.”* Berdasarkan pendapat Treffers dan Goffree, terdapat dua macam matematisasi yaitu matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal.<sup>14</sup> Matematisasi horizontal dan vertikal tidak dapat dipisahkan; mereka dua proses yang berbeda, dapat didefinisikan secara terpisah, namun sifatnya komplementer dan bertujuan.<sup>15</sup>



<sup>13</sup> Ibid, 45.

<sup>14</sup> Treffers and Goffree, A Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – The Wiskobas Project. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

<sup>15</sup> Axanthe Knott, Loc.Cit.

## Gambar 2.2

### Proses Matematisasi Horizontal dan Vertikal.<sup>16</sup>

Dari gambar 2.2 menjelaskan bahwa proses matematisasi horizontal berawal dari konteks dunia nyata, selanjutnya ditransformasikan ke dalam masalah matematika untuk menemukan solusi penyelesaian masalah.

#### 1. Proses Matematisasi Horizontal

Treffers menggambarkan matematisasi horizontal sebagai “*going from the world of life to the world of symbols*”.<sup>17</sup> Dalam artian lain, matematisasi horizontal berproses dari dunia nyata ke dalam simbol-simbol matematika. Proses tersebut terjadi pada siswa ketika ia dihadapkan pada problematika kehidupan atau situasi nyata. Menurut Ahsanul, matematisasi horizontal merupakan aktivitas mental seseorang dalam mentransformasikan masalah kontekstual ke dalam model matematika.<sup>18</sup> Sedangkan Heuvel dan Panhuizen mengklasifikasikan matematisasi horizontal sebagai aktivitas yang terjadi ketika seseorang menyelesaikan kegiatan dalam situasi kehidupan nyata.<sup>19</sup>

Menurut Üzel dan Mert, aktivitas dalam proses matematisasi horizontal yaitu sebagai berikut: mengidentifikasi atau menggambarkan spesifik matematika dalam konteks umum; skema; memformalkan dan memvisualisasikan masalah dengan cara yang berbeda; mencari hubungan, keteraturan dan pola yang berkaitan dengan masalah kontekstual yang diberikan; dan mentransfer masalah dunia nyata ke dalam masalah

<sup>16</sup> Ika Yani, Skripsi: “*Analisis Proses Matematisasi Siswa Kelas VIII dengan Pendekatan Realistic Mathematics Education (RME) Berbantuan Kartu Masalah Ditinjau Dari Gaya Kognitif*”, (Semarang: UNNES, 2016), Hal 4.

<sup>17</sup> Treffers, A., “*Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – The Wiskobas Project*”, Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

<sup>18</sup> Ahsanul Amala, “Profil Proses Matematisasi Horizontal dan Vertikal Siswa SMP Dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Pecahan Ditinjau dari Kemampuan Matematika”, *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, Volume 3, Nomor 5, 2016, Hal 303.

<sup>19</sup> Van den Heuvel-Panhuizen, M., “*Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. Freudenthal Institute CD-rom for International Commission on Mathematics Education (ICME) 9*”, Utrecht: Utrecht University, 2000,

matematika.<sup>20</sup> Selain itu, De Lange mengemukakan bahwa matematisasi horizontal berproses dari kehidupan sehari-hari menuju simbol-simbol matematika, dengan cara menemukan keteraturan (*regularities*), hubungan (*relations*), dan struktur (*structures*) yang diperlukan guna untuk mengidentifikasi informasi dalam persoalan sehari-hari menuju simbol-simbol atau model matematika melalui skematisasi dan visualisasi.<sup>21</sup> Berikut ini aktivitas/kegiatan proses matematisasi horizontal menurut De Lange antara lain:<sup>22</sup>

- a. Mengidentifikasi konsep matematika yang relevan dengan masalah dunia nyata.
- b. Merepresentasikan masalah dengan berbagai cara yang berbeda termasuk mengorganisasi masalah sesuai dengan konsep matematika yang relevan, serta merumuskan asumsi yang tepat.
- c. Mencari hubungan antara bahasa masalah dengan simbol dan bahasa formal matematika yang bertujuan agar masalah kontekstual yang diberikan dapat dipahami secara matematis.
- d. Mencari keteraturan, hubungan, dan pola yang berkaitan dengan masalah kontekstual yang diberikan.
- e. Menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika.

Berdasarkan beberapa pendapat para ahli, maka peneliti menyimpulkan bahwa proses matematisasi horizontal adalah tahapan aktivitas yang dilakukan seseorang dalam mentransformasi masalah kontekstual ke dalam bentuk model matematika. Dengan demikian, matematisasi horizontal terjadi ketika siswa dihadapkan pada problematika kehidupan nyata kemudian masalah

<sup>20</sup> Üzel, D., & Mert Uyangör, S., "Attitudes of 7th class students towards mathematics in realistic mathematics education", International Mathematics Forum, 1(39), 2006.

<sup>21</sup> De Lange, J.J., "Mathematics, Insight and Meaning: Teaching, Learning and Testing Mathematics for the Life and Testing Mathematics for the Life and Social Sciences", (Utrecht: Vakgroep Onderzoek Wiskundeonderwijs en Onderwijs Computer-centrum, 1987)

<sup>22</sup> Ibid

tersebut ditransformasi ke dalam simbol matematika. Dalam hal ini, aktivitas yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

**Tabel 2.1**  
**Aktivitas dan Indikator Proses Matematisasi**  
**Horizontal.<sup>23</sup>**

<b>Proses Matematisasi</b>	<b>Aktivitas</b>	<b>Indikator</b>
Proses Matematisasi Horizontal	Mengidentifikasi konsep matematika yang relevan dengan masalah	Siswa menyebutkan dan mengungkapkan suatu konsep matematika yang menurutnya relevan dengan masalah kontekstual
	Merepresentasikan masalah dengan berbagai cara yang berbeda	-Siswa membuat skema, memvisualisasikan masalah dalam bentuk gambar -Siswa mengungkapkan kembali masalah dengan menggunakan kalimatnya sendiri
	Mencari hubungan antara bahasa masalah dengan simbol matematika dan bahasa formal matematika	Siswa menyebutkan kata-kata atau kalimat yang terdapat dalam masalah yang diberikan serta dengan bahasa formal matematika

<sup>23</sup> Ariyadi Wijaya, Op.Cit., Hal 42.

		yang berkaitan dengan kata atau kalimat pada masalah
	Mencari keteraturan hubungan dan pola yang berkaitan dengan masalah	Siswa menunjukkan cara memperoleh suatu jawaban melalui visualisasi berupa gambar atau model serta disertai dengan penjelasan tentang gambar atau model dari masalah yang diberikan
	Menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika	Siswa menuliskan model matematika

Oleh karena itu, model matematisasi horizontal menjadi landasan dalam pengembangan konsep matematika yang lebih formal melalui proses matematisasi vertikal. Dengan kata lain, kedua jenis matematisasi ini tidak dapat dipisahkan secara berurutan tetapi keduanya terjadi secara bergantian dan bertahap.

## 2. Proses Matematisasi Vertikal

Treffers menggambarkan matematisasi vertikal sebagai bergerak dalam dunia simbol.<sup>24</sup> Hal ini berarti, model matematika yang telah dibangun selama fase matematisasi horizontal digunakan untuk menemukan solusi penyelesaian masalah matematika.<sup>25</sup> Selanjutnya menurut Heuvel dan Panhuizen, matematisasi vertikal didefinisikan sebagai proses pengorganisasian dalam

<sup>24</sup> Treffers, A., Loc.Cit.

<sup>25</sup> Van den Heuvel-Panhuizen, M., Loc.Cit.

sistem matematika itu sendiri.<sup>26</sup> Proses yang terjadi di dalam sistem matematika misalnya: penemuan strategi menyelesaikan soal, mengaitkan hubungan antar konsep-konsep matematis atau menerapkan rumus atau temuan rumus.

Selain itu, matematisasi vertikal merupakan kegiatan yang terdiri dari penalaran, generalisasi dan formalisasi pada struktur abstrak yang dibangun di atas aktivitas matematisasi horizontal.<sup>27</sup> Matematisasi vertikal dianggap sebagai kendaraan untuk memajukan pemikiran matematika dengan melibatkan abstraksi dan penalaran deduktif, dan keterampilan, yang dapat diperoleh dan dikembangkan prosesnya.<sup>28</sup> Menurut Üzel dan Mert, aktivitas dalam proses matematisasi vertikal adalah sebagai berikut: reorganisasi dalam sistem matematika; membuktikan keteraturan; memperbaiki dan menyesuaikan model; menggunakan model yang berbeda; menggabungkan dan mengintegrasikan model; merumuskan model matematika; dan generalisasi model matematika.<sup>29</sup> Selama pemodelan matematika pada tahap matematisasi vertikal, siswa dapat menafsirkan model matematika secara matematis untuk menemukan solusi. Setelah siswa memperoleh solusi matematika, ia mengaitkan solusi dengan masalah dunia nyata.<sup>30</sup>

Sedangkan menurut De Lange, matematisasi vertikal merupakan proses formalisasi konsep atau ide matematika berdasarkan pengetahuan dan keterampilan yang dimiliki oleh siswa. Aktivitas-aktivitas proses matematisasi vertikal menurut De Lange adalah sebagai berikut:<sup>31</sup>

---

<sup>26</sup> Ibid

<sup>27</sup> Rasmussen, Zandieh, King & Teppo, "Advancing Mathematical Activity: A Practice-Oriented View of Advanced Mathematical Thinking", Mathematical Thinking and Learning, Januari 2005, 54.

<sup>28</sup> Zbiek, R. M., & Conner, A., "Beyond Motivation: Exploring Mathematical Modeling as a Context for Deepening Students' Understandings of Curriculum Mathematics", Education Studies in Mathematics, 63(1), 2006, 89-112.

<sup>29</sup> Üzel, D., & Mert Uyangör, S., Loc.Cit.

<sup>30</sup> Axanthe Knott, L, Op.Cit.

<sup>31</sup> De Lange, J.J., Loc.Cit.



- a. Menggunakan berbagai representasi matematis yang berbeda.
- b. Menggunakan simbol, bahasa, dan proses matematika yang lebih formal.
- c. Melakukan penyesuaian dan pengembangan model matematika, mengombinasikan, dan menggabungkan berbagai model.
- d. Membuat argumentasi matematis.
- e. Menggeneralisasikan.

Berdasarkan beberapa pendapat para ahli, maka peneliti menyimpulkan bahwa proses matematisasi vertikal merupakan tahapan aktivitas yang dilakukan seseorang dalam memformalisasi model matematika yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam penyelesaian masalah matematika. Setelah memperoleh solusi penyelesaian, kemudian solusi tersebut dikaitkan dengan masalah dunia nyata. Dalam hal ini, aktivitas yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

**Tabel 2.2**  
**Aktivitas dan Indikator Proses Matematisasi Vertikal.<sup>32</sup>**

Proses Matematisasi	Aktivitas	Indikator
Proses Matematisasi vertikal	Menggunakan berbagai representasi matematis yang berbeda	Siswa menuliskan beberapa model matematika yang menunjukkan atau mendeskripsikan masalah yang diberikan
	Menggunakan simbol, bahasa dan proses matematika yang lebih formal	Siswa menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menggunakan simbol

<sup>32</sup> Ariyadi Wijaya, Op.Cit., Hal 43

		matematika, bahasa matematika, dan dengan algoritma penyelesaian
	Melakukan penyesuaian dan pengembangan model matematika, mengombinasikan dan menggabungkan berbagai model	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Siswa membuat model matematika kemudian merevisinya agar sesuai dengan masalah yang diberikan</li> <li>- Siswa menggabungkan model matematika yang telah dibuat untuk menemukan solusi dari masalah tersebut</li> </ul>
	Membuat argumentasi matematis	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Siswa memberikan argumen yang logis</li> <li>- Siswa memberikan alasan untuk menunjukkan bahwa pernyataan yang diberikan sebagai jawaban dari masalah yang diberikan itu sudah benar</li> </ul>

	Menggeneralisasikan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Siswa menggunakan fakta/ide dari masalah yang diberikan dengan membuat suatu masalah yang serupa pada suatu situasi yang lebih luas daripada situasi semula.</li> <li>- Siswa membuat pernyataan umum atau kesimpulan tentang masalah yang diberikan</li> </ul>
--	---------------------	--

### C. Penyelesaian Soal

Siswa dapat dikatakan telah mempelajari apapun yang bermanfaat jika mereka mempunyai kemampuan untuk menyelesaikan soal.<sup>33</sup> Menyelesaikan soal disebut sebagai cara untuk memperoleh jawaban dari soal yang diberikan. Dalam menyelesaikan soal, siswa dituntut untuk menguasai konsep-konsep yang telah dipelajari dan memunculkan ide baru dalam mengolah pengetahuan yang telah dikuasai.<sup>34</sup> Dengan demikian, soal akan menjadi sebuah masalah jika siswa tidak memiliki pengetahuan yang digunakan untuk menemukan jawaban dari soal tersebut.

Menurut Özcan dkk, soal yang berkaitan dengan permasalahan matematika dikategorikan menjadi dua kelompok yaitu masalah rutin dan masalah non rutin.<sup>35</sup> Masalah rutin adalah masalah yang dapat diselesaikan dengan menggunakan

<sup>33</sup> Azid Fitriyah, Skripsi: “Analisis Kemampuan Siswa Menyelesaikan Soal Berdasarkan Taksonomi SOLO Pada Materi Lingkaran Kelas VII A Mts Manbaul Ulum Tlogorejo Karangawen”, (Semarang IAIN Walisongo, 2014), 7.

<sup>34</sup> Ibid, Hal 8.

<sup>35</sup> Özcan, Z. Ç., İmamoğlu, Y., & Bayraklı, V. K., “Analysis of sixth grade students' think-aloud processes while solving a nonroutine mathematical problem”, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 17(1), 2017, 129–144.

cara yang sudah ada sebelumnya.<sup>36</sup> Sedangkan menurut Wijaya, masalah non rutin merupakan masalah yang dikategorikan sebagai soal level tinggi karena membutuhkan penguasaan ide konseptual yang rumit dan tidak menitik beratkan pada algoritma.<sup>37</sup> Masalah non rutin lebih kompleks daripada masalah rutin, sehingga strategi untuk memecahkan masalah membutuhkan tingkat kreativitas serta penalaran tinggi dari siswa.

Soal atau pertanyaan yang memerlukan pemecahan non rutin tidak selalu disebut sebagai masalah.<sup>38</sup> Apabila siswa telah menemukan jawaban baik secara mandiri atau melalui bantuan orang lain atau mendapatkan penyelesaian dari buku-buku atau sumber lain, maka soal yang sebelumnya merupakan masalah, bukan menjadi masalah lagi.<sup>39</sup> Oleh sebab itu soal akan menjadi masalah bagi siswa pada suatu saat, tetapi bukan merupakan suatu masalah lagi bagi siswa pada saat berikutnya.<sup>40</sup> Artinya semakin sering siswa latihan dalam menyelesaikan soal, siswa semakin jarang menemui masalah dan akan terbiasa dalam menyelesaikan masalah jenis non rutin.

Menurut Daane dan Lowry, soal non rutin fokus pada pada level tinggi dari interpretasi dan mengorganisasi masalah.<sup>41</sup> Soal ini cenderung mendorong berpikir logis, menambah pemahaman konsep siswa, mengembangkan kekuatan nalar secara matematika, mengembangkan kemampuan berpikir abstrak dan mentransfer kemampuan matematika ke situasi yang tidak familiar.<sup>42</sup> Sedangkan Latterell menjelaskan bahwa soal non rutin merupakan soal yang proses penyelesaiannya tidak semudah menggunakan prosedur yang sudah ada.<sup>43</sup> Kemudian soal non rutin

---

<sup>36</sup> Ibid, Hal 130.

<sup>37</sup> Ariyadi Wijaya., Op. Cit.

<sup>38</sup> Azid Fitriyah, Op. Cit., Hal 8

<sup>39</sup> Ibid, 8

<sup>40</sup> Ibid, 8

<sup>41</sup> Daane, C.J. & lowry, P.K, “Non-Routine Problem Solving Activities”, Alabama Journal Mathematics Activities, 2004, page 25-28.

<sup>42</sup> Ibid, 27.

<sup>43</sup> Latterell, Carmen M, “Math Wars: A Guide for Parents and Teachers” California: Greenwood Publishing Group, 2005.

penyelesaiannya tidak menggunakan prosedur rutin.<sup>44</sup> Hal ini berarti soal non rutin tidak langsung dapat diselesaikan menggunakan prosedur rutin (rumus), tetapi soal tersebut membutuhkan pemahaman untuk menghubungkan ide-ide dan konsep agar menemukan solusi jawaban.

Peneliti menyimpulkan bahwa menyelesaikan soal adalah kegiatan mencari cara untuk memperoleh jawaban dari soal atau pertanyaan yang diberikan. Dalam hal ini biasanya diawali dengan mengidentifikasi soal. Kegiatan identifikasi ini merupakan kegiatan menyebutkan hal-hal yang diketahui pada soal dan ditanyakan oleh soal. Selanjutnya, siswa merumuskan rencana penyelesaian dan mengorganisasikan keterampilan yang dimiliki sebelumnya untuk menyelesaikan soal tersebut.

#### **D. Soal PISA**

PISA merupakan suatu program penilaian skala internasional yang dilaksanakan oleh OECD (*Organisation for Economic Co-operation & Development*) dan Unesco Institute for Statistics.<sup>45</sup> PISA dirancang untuk mengumpulkan informasi melalui survei setiap tiga tahun sekali secara bergilir untuk mengetahui kemampuan literasi siswa dalam membaca, sains, dan matematika.<sup>46</sup> Kemampuan siswa dalam tiga bidang tersebut dapat dilihat melalui tes yang diujikan PISA.<sup>47</sup> PISA juga bertujuan untuk menilai sejauh mana siswa yang berusia 15 tahun telah menguasai pengetahuan dan keterampilannya untuk dapat berpartisipasi dalam membangun dan bertanggung jawab.<sup>48</sup>

Penilaian yang dilakukan oleh PISA berorientasi ke masa depan, yaitu menguji kemampuan siswa untuk menggunakan keterampilan dan pengetahuan dalam menghadapi kehidupan sehari-hari, dan tidak semata-mata mengukur kemampuan yang

---

<sup>44</sup> Regato, J.D., & Gilfeather, "Routine & Nonroutine Problem Solving", *Mathematics Experience*, 1999.

<sup>45</sup> OECD, "PISA 2015 Result in Focus", 2016, 2.

<sup>46</sup> Ibid, 2

<sup>47</sup> Harianto Setiawan, Op.Cit, 244

<sup>48</sup> Suryo Purnomo, dkk, "Analisis Respon Siswa Terhadap Soal PISA Konten Shape And Space dengan Rasch Model", *Paper Presented at Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY*, Yogyakarta, 2015, Hal 155.

dicantumkan dalam kurikulum sekolah.<sup>49</sup> Kemampuan yang diukur dalam PISA adalah kemampuan pengetahuan dan keterampilan dalam tiga bidang, yaitu sains, membaca, dan matematika. Kemampuan tersebut dapat dilihat melalui tes yang diujikan PISA.<sup>50</sup>

Tes yang digunakan untuk mengukur PISA berupa tes pilihan ganda (*multiple choice*) dan tes uraian (*essay*).<sup>51</sup> Tes pilihan ganda mengarahkan siswa untuk memilih jawaban yang paling benar berdasarkan beberapa alternatif jawaban. Sedangkan pada tes uraian, siswa dituntut untuk menjawab secara tertulis dalam bentuk uraian.<sup>52</sup> Bentuk uraian soal tersebut memuat satu atau beberapa konsep matematika sehingga siswa ditugaskan untuk merinci konsep-konsep yang terkandung dalam soal tersebut.<sup>53</sup> Dalam artian lain, soal uraian merupakan aplikasi konsep matematika dalam kehidupan sehari-hari sehingga siswa seakan-akan menghadapi keadaan yang sebenarnya dalam menyelesaikan soal.<sup>54</sup> Dengan demikian, soal uraian merupakan soal yang pengaplikasiannya terkait dengan masalah sehari-hari.

Masing-masing bentuk tes baik pilihan ganda maupun uraian memiliki kelebihan dan kelemahan masing-masing. Tes pilihan ganda adalah bentuk tes yang paling banyak digunakan dalam mengukur prestasi belajar siswa.<sup>55</sup> Berikut adalah kelebihan penggunaan tes pilihan ganda menurut Nitko & Brookhart:<sup>56</sup>

---

<sup>49</sup> Bahrul Hayat., Op.Cit., 199.

<sup>50</sup> Harianto Setiawan, "Soal Matematika Dalam PISA Kaitannya Dengan Literasi Matematika dan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi", *Prosiding Seminar Nasional Matematika Universitas Jember*, (Nopember, 2014), 244.

<sup>51</sup> Ayu Evita Laily Cholidah, Skripsi, "*Pengembangan Soal Matematika Model PISA Untuk Mengukur Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa SMP*", (Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya, 2015), 12-13.

<sup>52</sup> Ibid, 13.

<sup>53</sup> Wiwik Dwi Novitasari, Skripsi: "*Pengembangan Media Cerpen Matematika untuk Menyelesaikan Soal Cerita Pada Materi Kubus dan Balok*", (Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya, 2012), 16

<sup>54</sup> Ibid, 18.

<sup>55</sup> Nitko – Brookhart, "*Educational assessment of student 6<sup>th</sup>*", (Boston: Pearson Education, Inc, 2011), 32.

<sup>56</sup> Ibid, 33.

- a. Tes pilihan ganda dapat digunakan untuk menilai keragaman tujuan pembelajaran yang lebih banyak daripada bentuk penilaian yang lain.
- b. Tes pilihan ganda tidak mewajibkan siswa untuk menulis dan mengelaborasi jawaban sehingga memperkecil kemungkinan siswa yang memiliki pengetahuan kurang untuk “memperindah” jawaban.
- c. Tes pilihan ganda memfokuskan pada kemampuan membaca dan berpikir. Tes ini tidak mensyaratkan untuk menggunakan kemampuan menulis.
- d. Melalui tes pilihan ganda, siswa memiliki kesempatan kecil untuk menerka jawaban yang benar dibandingkan dengan tes benar-salah.
- e. Pengecoh yang dipilih siswa mungkin dapat memberi informasi bahwa pada kompetensi itu siswa masih kesulitan.

Selain kelebihan tersebut, tes pilihan ganda juga memiliki beberapa kelemahan. Berikut adalah kelemahan tes pilihan ganda.<sup>57</sup>

- a. Tes pilihan ganda bisa jadi tidak berbobot, tidak signifikan, dan terbatas pada pengetahuan faktual.
- b. Siswa harus memilih dari beberapa pilihan yang disediakan. Mereka tidak diberi kesempatan untuk membuat atau mengekspresikan ide atau solusi mereka.
- c. Karena biasanya hanya terdapat satu option yang menjadi kunci jawaban, siswa yang cerdas mungkin dihukum karena tidak memilih option tersebut. Padahal siswa yang cerdas dapat mendeteksi kelemahan dalam butir pilihan ganda karena ambiguitas dari kata-kata, sudut pandang yang berbeda, atau pengetahuan tambahan dirinya, sedangkan siswa lain mungkin tidak bisa.
- d. Tes pilihan ganda cenderung berdasar pada pengetahuan yang terstandar, kasar, atau sudah diakui.

Selain itu, Brookhart juga menyebutkan bahwa penggunaan tes pilihan ganda tidak cocok untuk penilaian kemampuan berpikir tingkat tinggi. Akan tetapi, jika memperhatikan kelebihan dari bentuk tes objektif, maka bentuk

---

<sup>57</sup> Ibid, 33.

tes ini tetap dapat dipertimbangkan untuk digunakan dalam soal PISA dimana karakteristik soal-soal PISA memerlukan keterampilan berpikir tingkat tinggi untuk menyelesaikannya.<sup>58</sup> Alternatif lain yang dapat digunakan dalam mengukur PISA yaitu dengan menggunakan tes uraian. Sama halnya dengan tes objektif, bentuk tes ini juga memiliki kelebihan dan kelemahan. Beberapa kelebihan dari tes uraian menurut Miller, Linn, & Gronlund yaitu:<sup>59</sup>

- a. Tes uraian dapat digunakan untuk mengukur kemampuan yang lebih kompleks yang tidak dapat diukur oleh bentuk tes lainnya.
- b. Tes uraian menekankan pada pengintegrasian dan pengaplikasian kemampuan berpikir dan pemecahan masalah.
- c. Tes uraian dapat digunakan untuk mengukur kemampuan menulis.
- d. Pembuatan konstruksi tes uraian lebih mudah dilakukan dibandingkan bentuk tes lainnya.
- e. Penggunaan tes uraian dapat memberikan kontribusi terhadap proses belajar siswa, baik secara langsung maupun tidak langsung.

Selain kelebihan tersebut, menurut Miller, Linn, & Gronlund tes uraian juga memiliki beberapa kelemahan sebagai berikut:<sup>60</sup>

- a. Reliabilitas dari tes uraian sangat rendah. Jika dua orang guru diminta menskor jawaban siswa dari soal yang sama belum tentu akan menghasilkan nilai yang sama. Bahkan seorang guru yang menskor jawaban salah satu siswa dalam waktu yang berbeda belum tentu akan menghasilkan skor yang sama juga.
- b. Sulit dalam menyusun rubrik penskoran yang sesuai.
- c. Membutuhkan banyak waktu dalam memeriksa (menskor) jawaban dari tes uraian.

---

<sup>58</sup> Ibid, 33.

<sup>59</sup> Miller, M.D., Linn, R. L., & Gronlund, N. E., “*Measurement and assessment in teaching (10th ed.)*”, Upper Saddle River, NJ: Pearson Education Ltd, 2009, 65.

<sup>60</sup> Ibid, 66



- d. Sampel materi atau konten yang diukur dalam tes uraian terbatas, karena butir tes uraian tidak memungkinkan untuk diberikan dalam jumlah yang besar.

Berdasarkan pandangan para ahli yang telah dikemukakan diatas tentang karakteristik bentuk tes objektif dan uraian, dapat disimpulkan bahwa penelitian ini menggunakan soal PISA bentuk uraian. Karena penggunaan tes uraian lebih kompleks dan menuntut siswa untuk mengaplikasikan konsep matematika dalam kehidupan sehari-hari atau kehidupan nyata, sehingga siswa seakan-akan menghadapi keadaan yang sebenarnya dan merasakan manfaat dalam menyelesaikan soal matematika. Hal ini sesuai karena soal-soal yang diberikan PISA disajikan sebagian besar dalam situasi dunia nyata.

Menurut Wardani dan Rumiati, soal PISA menuntut kemampuan penalaran dan pemecahan masalah. Seorang siswa dikatakan mampu menyelesaikan masalah apabila ia dapat menerapkan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam situasi yang belum dikenal.<sup>61</sup> Kemudian Setiawan mengemukakan bahwa soal PISA selain menuntut kemampuan penalaran juga menuntut kemampuan analisis, evaluasi, dan kreasi dalam pengerjaannya.<sup>62</sup> Hal ini dapat disimpulkan bahwa soal PISA bukan hanya menuntut kemampuan dalam penerapan konsep saja, tetapi lebih kepada bagaimana konsep itu dapat diterapkan dalam berbagai macam situasi. Selain itu, menuntut kemampuan bernalar dan berargumentasi tentang bagaimana soal itu dapat diselesaikan.

Soal-soal PISA terbagi menjadi 3 aspek yakni konten, konteks, dan kompetensi. Berikut ini akan dijelaskan konten, konteks, dan kompetensi matematika dalam PISA:

### **1. Konten (Content)**

Aspek konten dalam studi PISA dimaknai sebagai materi matematika yang dipelajari di sekolah.<sup>63</sup> Sesuai

<sup>61</sup> Wardani, S dan Rumiati, "Instrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika SMP: Belajar dari PISA dan TIMSS", (Yogyakarta: 2011, P4TK Pendidikan Nasional Matematika).

<sup>62</sup> Setiawan. "Soal matematika dalam PISA kaitannya dengan literasi matematika dan keterampilan berpikir tingkat tinggi". In *Prosiding Seminar Nasional Matematika*, Universitas Jember, 2014.

<sup>63</sup> Alex B. Mena dkk, "Literasi Matematis Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Ditinjau dari Adversity Quotient (AQ)", *Kreano*, 7 (2), 2016, 187-198.

dengan tujuan PISA untuk menilai kemampuan siswa menyelesaikan masalah real, maka masalah pada PISA meliputi konten matematika yang berkaitan dengan fenomena.<sup>64</sup> Dalam PISA konten matematika yang diamati dibagi menjadi empat bagian, yaitu:

a. Perubahan dan hubungan (*change and relationship*)

Kategori ini berkaitan dengan fungsi dan aljabar. Hubungan matematika sering dinyatakan dengan persamaan atau hubungan yang bersifat umum, seperti penambahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Hubungan itu juga dinyatakan dalam berbagai simbol aljabar, grafik, bentuk geometris, dan tabel. Oleh karena setiap representasi simbol memiliki tujuan dan sifat masing-masing, sehingga proses penerjemahannya sering menjadi sangat penting untuk menentukan situasi dan tugas yang harus dikerjakan.<sup>65</sup> Soal pada kategori ini meminta siswa untuk memahami dan mengidentifikasi masalah nyata dan merubahnya kedalam konsep matematika.<sup>66</sup>

b. Ruang dan bentuk (*space and shape*)

Kategori ini berkaitan dengan pokok pelajaran geometri yang melibatkan pola, sifat dari objek, posisi dan orientasi, representasi dari objek, pengkodean informasi visual, navigasi, dan interaksi dinamik yang berkaitan dengan bentuk yang rill.<sup>67</sup> Soal tentang ruang dan bentuk ini menguji kemampuan peserta didik mengenali bentuk, mencari persamaan dan perbedaan dalam berbagai aspek dan representasi bentuk, serta mengenali ciri- ciri suatu benda dalam hubungannya dengan posisi benda tersebut.<sup>68</sup>

c. Bilangan (*quantity*)

<sup>64</sup> Johar, R., "Domain Soal PISA untuk Literasi Matematika", Jurnal Peluang, 2012, Volume 1, Hal 30-41.

<sup>65</sup> Bahrul Hayat, Op.Cit., 213.

<sup>66</sup> Harianto Setiawan, Op.Cit., 245.

<sup>67</sup> Khusvia Aulia, Skripsi: "*Profil Berpikir Refraksi Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Change and Relationship Soal PISA Ditinjau Dari Gaya Berpikir*", (Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya, 2015), 25.

<sup>68</sup> Bahrul Hayat, Op.Cit., 213.

Kategori ini berkaitan dengan hubungan bilangan dan pola bilangan, dan segala sesuatu yang berhubungan dengan bilangan dan pola bilangan, antara lain: kemampuan untuk memahami ukuran, pola bilangan, dan segala sesuatu yang berhubungan dengan bilangan dalam kehidupan sehari-hari, seperti menghitung dan mengukur benda tertentu.<sup>69</sup> Dikatakan termasuk dalam konten bilangan adalah kemampuan bernalar secara kuantitatif, mempresentasikan sesuatu dalam angka, memahami langkah-langkah matematika, berhitung diluar kepala, dan melakukan penaksiran.<sup>70</sup>

d. Ketidakpastian dan Data (*uncertainly and data*)

Kategori ini merupakan suatu fenomena yang terletak pada jantungnya analisis (*at the heart of mathematical analysis*) matematika dari berbagai situasi. Teori statistik dan peluang digunakan untuk menyelesaikan fenomena ini.<sup>71</sup> Kategori ini meliputi pengetahuan tentang ketidakpastian dalam pengukuran, dan pengetahuan kesempatan.

**Tabel 2.3**

**Proporsi Skor Sub-sub Aspek Konteks yang Diuji dalam Studi PISA.<sup>72</sup>**

Aspek	Materi yang diuji	Skor (%)
Konten	Perubahan dan hubungan	25%
	Ruang dan bentuk	25%
	Bilangan	25%
	Ketidakpastian dan Data	25%

## 2. Konteks

<sup>69</sup> Ibid, 213.

<sup>70</sup> Ibid, 213.

<sup>71</sup> Johar, R. Op.Cit.

<sup>72</sup> Sri wardani, “Program bermutu Better Education Trough Reformed Management and Universal Teacher Upgrading, Instrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika SMP Belajar dari PISA dan TIMSS”, Kementerian Pendidikan Nasional, badan Pengembangan Sumber Daya Manusia dan Penjaminan Mutu Pendidikan, Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika, Hal 16.

Masalah dalam penyelesaiannya bisa muncul dari situasi atau konteks yang berbeda berdasarkan pengalaman individu.<sup>73</sup> Oleh karena itu, soal-soal yang diberikan PISA disajikan sebagian besar dalam situasi dunia nyata sehingga dapat dirasakan manfaat matematika itu untuk memecahkan permasalahan kehidupan sehari-hari. Pemilihan strategi yang cocok untuk menyelesaikan masalah sering bergantung pada konteks yang digunakan. Dalam PISA, konteks matematika dibagi ke dalam situasi sebagai berikut:<sup>74</sup>

a. Konteks pribadi (*personal*)

Konteks pribadi secara langsung berhubungan dengan kegiatan pribadi siswa sehari-hari. Dalam menjalani kehidupan sehari-hari tentu para siswa menghadapi berbagai persoalan pribadi yang memerlukan pemecahan masalah secepatnya.<sup>75</sup> Pemecahan matematika diharapkan dapat berperan sebagai solusi dalam menginterpretasikan permasalahan, kemudian memecahkannya. Contoh konteks pribadi ini seperti, penyiapan makanan, belanja, kesehatan personal, olahraga, perjalanan, dan persoalan keuangan.

b. Konteks pendidikan dan pekerjaan (*occupational*)

Berkaitan dengan kehidupan siswa di sekolah atau di lingkungan tempat kerja. Pengetahuan siswa tentang konsep matematika diharapkan dapat membantu untuk merumuskan, melakukan klasifikasi masalah dan memecahkan masalah pendidikan dan pekerjaan pada umumnya.<sup>76</sup> Contoh konteks ini seperti, menghitung harga, mengontrol kualitas, dan mendesain gedung.

c. Konteks sosial (*Societal*)

Berkaitan dengan penggunaan pengetahuan matematika dalam kehidupan bermasyarakat dan lingkungan yang lebih luas dalam kehidupan sehari-

<sup>73</sup> Diyah Fatmawati, Op. Cit., Hal 13.

<sup>74</sup> Bahrul Hayat, Op.Cit, 216.

<sup>75</sup> Ibid, 216.

<sup>76</sup> Ibid, 216.

hari. Siswa dapat menyumbangkan pemahaman mereka tentang pengetahuan dan konsep matematikanya itu untuk mengevaluasi berbagai keadaan yang relevan dalam kehidupan di masyarakat.<sup>77</sup> Contoh konteks umum ini adalah pemilihan suara, transportasi angkutan umum, pemerintahan, kebijakan publik, serta statistik nasional.

d. Konteks ilmu pengetahuan (*scientific*)

Berhubungan dengan kegiatan ilmiah yang lebih bersifat abstrak dan menuntut pemahaman dan penguasaan teori dalam melakukan pemecahan masalah matematika.<sup>78</sup> Contoh konteks ini adalah hal-hal yang berhubungan dengan ilmu pengetahuan dan teknologi, cuaca, obat, pengukuran, dan dunia matematika sendiri.

### 3. Kelompok kompetensi

Menurut Hayat, pada aspek kompetensi ini dikelompokkan ke dalam tiga kelompok (*cluster*) yaitu:<sup>79</sup>

a. Kelompok reproduksi (*reproduction cluster*)

Pertanyaan pada PISA yang termasuk dalam kelompok reproduksi meminta siswa untuk menunjukkan bahwa mereka mengenal fakta, objek-objek dan sifat-sifatnya, ekivalensi, menggunakan prosedur rutin, algoritma standar, dan menggunakan *skill* yang bersifat teknis.<sup>80</sup> Selain itu dalam penilaian PISA, siswa diminta untuk mengulang atau menyalin informasi yang diperoleh sebelumnya. Misalnya siswa diharapkan dapat mengulang kembali definisi suatu hal dalam matematika. Dari segi keterampilan, siswa dapat mengerjakan perhitungan sederhana yang mungkin membutuhkan penyelesaian tidak terlalu rumit dan umum dilakukan.<sup>81</sup>

b. Kelompok koneksi (*connection cluster*)

<sup>77</sup> Ibid, 216.

<sup>78</sup> Ibid, 217.

<sup>79</sup> Ibid, 214.

<sup>80</sup> OECD. 2014. PISA 2012. “*Result in Focus*”. Paris: OECD Publishing

<sup>81</sup> Bahrul Hayat, Op.Cit. 215.

Dalam koneksi ini siswa diminta untuk dapat membuat keterkaitan antara beberapa gagasan dalam matematika, membuat hubungan antara materi ajar yang dipelajari dengan kehidupan nyata disekolah dan masyarakat dimana siswa dapat memecahkan soal yang berkaitan dengan pemecahan masalah dalam kehidupan sehari-hari tetapi masih sederhana.<sup>82</sup> Dengan demikian, siswa diharapkan dapat terlibat secara langsung dalam suatu pengambilan keputusan tentang matematika dengan menggunakan penalaran yang sederhana.

Selain itu, siswa diminta untuk menyelesaikan masalah yang non rutin, tetapi hanya membutuhkan sedikit translasi dari konteks ke model (dunia) matematika.<sup>83</sup> Dalam artian lain, meminta siswa untuk menyelesaikan masalah non rutin dari kontekstual ke model matematika.

c. Kelompok refleksi (*reflection cluster*)

Kompetensi refleksi ini adalah kompetensi yang paling tinggi dalam PISA, yaitu kemampuan bernalar dengan menggunakan konsep matematika. Melalui uji kompetensi ini, diharapkan setiap siswa dapat menggunakan pemikiran matematikanya untuk memecahkan masalah.<sup>84</sup> Dalam artian lain, siswa diminta untuk menemukan ide matematika terhadap permasalahan yang diberikan.

**Tabel 2.4**  
**Proporsi Skor Sub-sub Aspek Kelompok yang**  
**Diuji dalam Studi PISA.<sup>85</sup>**

Aspek	Kemampuan yang diujikan	Persentase (%)
<b>Kelompok Kompetensi</b>	Merumuskan masalah secara	25%

<sup>82</sup> Ibid, 215.

<sup>83</sup> Loc.Cit.

<sup>84</sup> Harianto Setiawan, "Soal Matematika Dalam PISA Kaitannya Dengan Literasi Matematika dan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi.", *Prosiding Seminar Nasional Matematika Universitas Jember*, 19 November 2014, hal 246

<sup>85</sup> Sri Wardani, Op. Cit. hal 16.

	matematis (reproduksi)	
	Menggunakan konsep, fakta, prosedur, dan penalaran dalam matematika (refleksi)	50%
	Menafsirkan, menerapkan, dan mengevaluasi hasil dari suatu proses matematika	25%

Pada penelitian ini, fokus pada konten *change and relationship* karena konten ini memuat beberapa materi dalam kurikulum seperti fungsi dan aljabar.<sup>86</sup> Dimana masalah aljabar merupakan suatu soal atau pertanyaan yang berhubungan dengan simbol (biasanya berupa huruf), variabel, dan persamaan yang cara penyelesaiannya tidak langsung mempunyai aturan atau algoritma.<sup>87</sup> Artinya algoritma yang dipakai tidak dapat segera digunakan untuk menentukan jawaban dengan melibatkan konsep, pengetahuan, rumus, dan perhitungan yang dimiliki siswa, melainkan siswa harus mengaitkan dengan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya.<sup>88</sup>

Aljabar merupakan materi yang menjadi kesulitan bagi siswa.<sup>89</sup> Padahal materi-materi tersebut sangat dibutuhkan bagi siswa dalam memperoleh materi-materi selanjutnya. Dengan kata lain, materi-materi yang termuat dalam konten *change and relationship* merupakan materi dasar dan erat hubungannya dengan materi-materi selanjutnya yang akan

<sup>86</sup> Diyah Fatmawati, "Pengembangan Soal Matematika Pisa Like Pada Konten Change And Relationship Untuk Siswa Sekolah Menengah Pertama", *Jurnal Pendidikan Matematika*, Volume 5, Nomor 2, 2016 ,31.

<sup>87</sup> Rahmawati Nur Aini, dkk, "Analisis Pemahaman Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar pada PISA". *Jurnal ilmiah Pendidikan Matematika, Mathedunesa*, 3:2 (2014), 159-160

<sup>88</sup> Ibid, 160

<sup>89</sup> Diyah Fatmawati, Loc.Cit. 31

diperoleh siswa. Hubungan matematika sering dinyatakan dengan persamaan yang bersifat umum, seperti penambahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Pemahaman siswa dalam menyelesaikan masalah *change and relationship* pada PISA merupakan kemampuan siswa menggunakan suatu situasi, fakta, konsep, prinsip, menghubungkan informasi baru dengan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya, serta dapat menarik kesimpulan dari tabel, data, dan grafik untuk memperoleh jawaban dari soal dengan tepat dan benar.

#### **E. Hubungan Antara Proses Matematisasi Horizontal dan Vertikal dengan Soal PISA**

Matematisasi merupakan aktivitas yang dilakukan seseorang dalam mentransformasi situasi dunia nyata ke dalam suatu masalah matematika. Dalam pemecahan masalah kontekstual dibutuhkan pemodelan matematika dari persoalan konkrit menuju ke model abstrak.<sup>90</sup> Dengan kata lain, pemodelan matematika dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah. Selanjutnya, untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah tersebut perlu dikembangkan keterampilan memahami masalah, membuat model matematika, menyelesaikan masalah dan menafsirkan solusinya.<sup>91</sup> Hal ini sesuai bahwa keterampilan memahami masalah dalam menyelesaikan masalah kontekstual seperti pada soal PISA membutuhkan matematisasi.<sup>92</sup> Oleh karena itu dalam menyelesaikan soal PISA, seorang siswa menggunakan proses matematisasinya untuk menemukan penyelesaian atau pemecahan dari masalah kontekstual tersebut.

Proses matematisasi yang dimaksudkan oleh PISA tidak hanya sekedar membuat model atau representasi matematis dari suatu permasalahan nyata, tetapi juga melibatkan proses

<sup>90</sup> Pitriani, "Kemampuan Pemodelan Matematika dalam Realistic Mathematics Education (RME)", *JES-MAT*, Volume 2, Nomor 1, Maret 2016, Hal 65.

<sup>91</sup> Y Artiani, Skripsi: "*Pengaruh Pendekatan Realistik Matematik Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Kelas VII*", UPI, 2017, Hal 6-7.

<sup>92</sup> Lestariningsih L, Amin SM, dkk. "*Students' Mathematisation in Solving Mathematical Literacy Problems with Space and Shape Contents*". Proc. of University of Muhammadiyah Malang's 1st INCOMED, ASSEHR 160 p. 291.



penerjemahan masalah nyata ke dalam matematika hingga proses memecahkan masalah.<sup>93</sup> Tahapan-tahapan dari proses matematisasi pada PISA meliputi: (1) merumuskan masalah konteks dunia nyata menjadi masalah matematika, (2) menggunakan fakta, konsep, prosedur dan penalaran matematika untuk mendapatkan solusi matematika dari masalah secara matematis, (3) menafsirkan solusi matematika untuk konteks dunia nyata untuk masalah awal, dan (4) mengevaluasi solusi untuk konteks dunia nyata untuk masalah tersebut.<sup>94</sup>

Dalam penelitian ini, yang dimaksud proses matematisasi horizontal dan vertikal dalam menyelesaikan soal PISA yaitu penggabungan tahapan aktivitas proses matematisasi horizontal dan vertikal dengan langkah-langkah matematika pada PISA yang tersaji dalam tabel berikut:

**Tabel 2.5**  
**Proses Matematisasi Horizontal dan Vertikal dengan Soal PISA**

<b>Langkah-langkah Matematika PISA</b>	<b>Tahapan Aktivitas Proses Matematisasi Horizontal</b>	<b>Indikator</b>
1. Merumuskan masalah konteks dunia nyata menjadi masalah matematika	Mengidentifikasi konsep matematika yang relevan dengan masalah	Siswa menyebutkan konsep matematika yang menurutnya relevan dengan masalah PISA yang telah diberikan
	Merepresentasikan masalah dengan berbagai cara yang berbeda	Siswa membuat skema, memvisualisasikan masalah dalam bentuk gambar

<sup>93</sup> OECD, The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. Paris: Author, 2003.

<sup>94</sup> OECD 2016 PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy (Paris: OECD Publishing).

	Mencari hubungan antara bahasa masalah dengan simbol dan bahasa formal matematika Mencari keteraturan hubungan dan pola yang berkaitan dengan masalah	Siswa menyebutkan kalimat dengan bahasa formal matematika yang berkaitan dengan masalah tersebut Siswa menunjukkan cara memperoleh jawaban melalui visualisasi berupa gambar atau model dari masalah yang diberikan
	Menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika	Siswa menuliskan model matematika
<b>Langkah-langkah Matematika PISA</b>	<b>Proses Matematisasi Vertikal</b>	<b>Indikator</b>
2. Menggunakan fakta, konsep, prosedur dan penalaran matematika untuk mendapatkan solusi matematika dari masalah secara matematis	Menggunakan berbagai representasi matematis yang berbeda	Siswa menuliskan beberapa model matematika yang mendeskripsikan masalah yang diberikan
	Menggunakan simbol, bahasa dan proses matematika yang lebih formal	Siswa menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menggunakan simbol matematika, bahasa matematika, dan dengan algoritma penyelesaian

	Melakukan penyesuaian dan pengembangan model matematika, mengombinasikan dan menggabungkan berbagai model	Siswa menggabungkan model matematika yang telah dibuat untuk menemukan solusi dari masalah tersebut
	Membuat argumentasi matematis	Siswa memberikan alasan untuk menunjukkan bahwa pernyataan yang diberikan sebagai jawaban dari masalah yang diberikan itu sudah benar
3. Menafsirkan solusi matematika untuk konteks dunia nyata untuk masalah awal  4. Mengevaluasi solusi untuk konteks dunia nyata untuk masalah tersebut	Menggeneralisasikan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Siswa menggunakan fakta atau ide dari masalah yang diberikan dengan membuat suatu masalah yang serupa pada suatu situasi yang lebih luas daripada situasi semula</li> <li>- Siswa membuat pernyataan umum tentang masalah yang diberikan</li> </ul>

## BAB III METODE PENELITIAN

### A. Jenis Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA. Berdasarkan tujuan tersebut maka penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian deskriptif adalah penelitian yang menghasilkan data berupa lisan.<sup>1</sup> Sedangkan kualitatif digunakan untuk mendapatkan data yang mendalam, yaitu suatu data yang mengandung makna.<sup>2</sup> Data yang dideskripsikan adalah data yang didapat dari tes soal PISA dan hasil wawancara setelah subjek menyelesaikan tes soal PISA.

### B. Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun ajaran 2019/2020 kelas VIII di MTsN 4 Surabaya yang bertempat di jalan Kendung No.1, Kel. Sememi, Kec. Benowo, Kota Surabaya. Berikut ini merupakan rincian waktu penelitian:

**Tabel 3.1**  
**Jadwal Pelaksanaan Penelitian**

No	Kegiatan	Tanggal
1.	Permohonan izin penelitian ke sekolah	4 Juni 2020
2.	Pelaksanaan Penelitian Pertama	16 Juni 2020

### C. Subjek Penelitian

Subjek dalam penelitian ini, yaitu siswa kelas VIII A MTsN 4 Surabaya. Subjek dipilih tidak secara acak, namun menggunakan teknik *purposive sampling*. *Purposive sampling*

---

<sup>1</sup> Lexy J Moleong, "Metodologi Penelitian Kualitatif", (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2008), 3.

<sup>2</sup> Sugiono, "Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D", (Bandung: Alfabeta, 2011), 9

adalah teknik pengambilan subjek sumber data dengan pertimbangan tertentu.<sup>3</sup> Pertimbangan yang digunakan dalam pemilihan subjek kali ini yaitu kemampuan matematika yang dimiliki siswa dengan melihat skor tes tertinggi hasil jawaban siswa. Selain itu, peneliti melihat proses pengerjaan siswa yang berbeda dari siswa lainnya.

Berdasarkan pertimbangan di atas, dipilih 3 siswa dari 32 siswa kelas VIII A yang memiliki skor tes tertinggi, dimana dari ketiga siswa tersebut juga memiliki proses pengerjaan yang berbeda dari siswa lainnya. Hal ini dapat dilihat bahwa siswa pertama memiliki proses pengerjaan tes PISA yang sama dan jawaban yang sama pula dengan siswa kedua. Dalam menyelesaikan masalah, kedua siswa tersebut menggunakan permisalan simbol matematika seperti variabel  $x$  dan  $y$  pada proses pengerjaan tes PISA. Sedangkan siswa ketiga dalam proses pengerjaan tes PISA, ia menggunakan visualisasi berupa gambar, dimana ia menggambarkan suatu bangun datar untuk menemukan solusi permasalahannya. Dengan demikian, ketiga siswa tersebut memiliki proses pengerjaan yang berbeda dari siswa lainnya, tetapi jawaban yang mereka tulis itu bernilai sama dan benar.

Kemudian peneliti meminta pertimbangan dari guru mata pelajaran terkait siswa yang dijadikan subjek penelitian, karena dalam penelitian ini akan dilakukan wawancara sehingga dibutuhkan subjek penelitian yang mempunyai kemampuan komunikasi yang baik. Berdasarkan pertimbangan di atas, dipilih 3 subjek penelitian. Berikut hasil skor tes PISA kelas VIII A MTsN 4 Surabaya dapat dilihat pada tabel berikut:

**Tabel 3.2**  
**Skor Tes PISA Siswa Kelas VIII A MTsN 4 Surabaya**

No	Nama Siswa	Skor
1.	AK	54
2.	ALS	76
3.	ATU	60
4.	AR	86

---

<sup>3</sup> Muhammad Idrus, "*Metode Penelitian Ilmu Sosial*", (Jakarta: Penerbit Erlangga, 2009), 96.

5.	CA	46
6.	DAS	66
7.	DK	58
8.	DP	58
9.	FAL	76
10.	FMP	62
11.	GPW	70
12.	HNS	32
13.	LK	30
14.	LAR	54
15.	MAA	38
16.	MHN	74
17.	MIF	68
18.	MS	52
19.	NAH	40
20.	NAP	40
21.	NH	46
22.	NM	54
23.	NSR	66
24.	NRF	58
25.	NZ	90
26.	PA	70
27.	RAH	48
28.	RM	32
29.	SI	94
30.	TY	40
31.	WAR	52
32.	ZAF	60

Berdasarkan tabel 3.2 di atas, dapat diketahui 3 siswa dengan skor tes tertinggi. Kemudian peneliti menanyakan kepada guru mata pelajaran terkait kemampuan komunikasi yang dimiliki 3 siswa tersebut. Berdasarkan hasil pertimbangan dari guru mata pelajaran, maka ditetapkan 3 subjek penelitian. Daftar subjek penelitian dapat dilihat pada tabel di bawah ini.

**Tabel 3.3**  
**Data Subjek Penelitian**

No	Nama	Kode Subjek
1.	AR	S <sub>1</sub>
2.	SI	S <sub>2</sub>
3.	NZ	S <sub>3</sub>

#### **D. Teknik Pengumpulan Data**

Teknik pengumpulan data dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

##### **1. Tes Tulis**

Tes tulis dalam penelitian ini adalah tes yang berupa soal berstandar PISA *change and relationship*. Tes ini digunakan untuk memperoleh data tentang proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.

##### **2. Wawancara**

Wawancara dilakukan kepada siswa yang dijadikan subjek penelitian setelah mengerjakan tes tulis. Wawancara tersebut dilakukan kepada 3 subjek penelitian. Wawancara digunakan untuk mengetahui lebih dalam mengenai gambaran proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.

Jenis wawancara yang digunakan adalah wawancara semi terstruktur, yaitu kalimat pertanyaan wawancara yang diajukan disesuaikan dengan kondisi subjek penelitian. Wawancara ini bertujuan untuk menggali informasi dari permasalahan secara lebih terbuka dengan meminta pendapat dan ide-ide dari responden.<sup>4</sup> Untuk memperoleh hasil wawancara yang baik, maka diperlukan bantuan *voice recorder* dan buku catatan untuk mengantisipasi kesalahan dalam penulisan hasil wawancara.

---

<sup>4</sup> Lexy J Moleong. Op. Cit. 320.

## E. Instrumen Penelitian

Dalam penelitian ini terdapat dua instrumen penelitian yang digunakan, yaitu:

### 1. Lembar Tes Tulis

Tes yang digunakan dalam penelitian ini adalah soal matematika PISA. Tes tulis berupa dua butir soal uraian dengan konten *change and relationship* yang diambil dari PISA 2015. Soal tersebut dipilih dan diadaptasi karena soal tersebut akan membantu peneliti mengetahui proses matematisasi horizontal dan vertikalnya siswa dalam menyelesaikan soal berstandar PISA. Soal tes tulis diujikan kepada subjek nantinya divalidasi oleh validator.

Soal tes tulis divalidasi oleh 3 validator sebelum diujikan kepada subjek penelitian. Validator-validator tersebut terdiri dari satu validator dosen Pendidikan Matematika UIN Sunan Ampel Surabaya dan dua guru matematika kelas VIII MTs. Pada proses validasi, validator pertama memberikan saran mengenai pedoman penskoran yang diberikan skor pada setiap tahap. Berdasarkan saran validator pertama, peneliti perlu untuk melakukan perbaikan pada pedoman penskoran soal sebelum ke validator kedua dan ketiga. Validator pertama menyatakan bahwa instrumen layak digunakan setelah peneliti merevisi pedoman penskoran.

Selanjutnya soal tes tulis yang sudah direvisi tersebut, divalidasi oleh validator kedua. Validator kedua menyatakan bahwa soal tes tertulis layak digunakan. Kemudian soal tes tertulis divalidasi oleh validator ketiga. Validator ketiga menyatakan bahwa soal tes tertulis layak digunakan.

### 2. Pedoman Wawancara

Pedoman wawancara digunakan sebagai arahan dalam wawancara. Wawancara tersebut mengacu pada langkah-langkah siswa dalam menyelesaikan masalah PISA. Kalimat pertanyaan wawancara disusun sendiri oleh peneliti dengan acuan indikator proses matematisasi horizontal dan vertikal yang diambil dari Bab II. Selain itu, peneliti dapat menanyakan hal lain di luar pertanyaan yang



ada di lembar pedoman wawancara untuk mengetahui lebih dalam mengenai proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.

Sebelum digunakan, pedoman wawancara ini divalidasi terlebih dahulu oleh para ahli yang berkompeten. Validasi ini bertujuan untuk mengukur kejelasan dan kesesuaian pertanyaan dalam mengungkap informasi secara mendalam. Lembar pedoman wawancara juga divalidasi oleh validator soal tes tulis. Validator pertama menyatakan bahwa lembar pedoman wawancara layak digunakan. Selanjutnya lembar pedoman wawancara divalidasi oleh validator kedua dan ketiga. Validator kedua memberikan saran sebaiknya peneliti lebih mengajak siswa mendapatkan penyelesaian soal dengan berbagai metode *open ended*. Sedangkan validator ketiga memberikan saran bahwa dari pertanyaan bisa dikembangkan sesi jawaban tertulis siswa. Validator kedua dan ketiga menyatakan lembar pedoman wawancara layak digunakan dengan perbaikan. Berikut nama validator instrumen dalam penelitian ini.

**Tabel 3.4**  
**Nama Validator Instrumen Penelitian**

No	Nama	Jabatan
1.	Dr. Suparto, M.Pd.I	Dosen Pendidikan Matematika UIN Sunan Ampel Surabaya
2.	Huznuz Zaimah, S.Pd	Guru MTsN 2 Mojokerto
3.	Lina, S.Pd	Guru MTsN 4 Surabaya

#### **F. Keabsahan Data**

Data dalam penelitian ini diperoleh dari hasil tes tulis dan penjelasan-penjelasan subjek melalui wawancara. Untuk menguji keabsahan data, peneliti melakukan triangulasi. Triangulasi meliputi empat hal, yaitu triangulasi metode, triangulasi peneliti, triangulasi sumber data, dan triangulasi

teori.<sup>5</sup> Pada penelitian ini digunakan triangulasi sumber dengan cara membandingkan data hasil tes tulis dan wawancara. Hal tersebut dijadikan sebagai acuan dalam mendeskripsikan hasil dari penelitian ini.

## G. Teknik Analisis Data

Teknik analisis data yang digunakan pada penelitian ini, antara lain:

### 1. Analisis Data Tes Tulis

Data yang dianalisis berupa data tes tulis yang diberikan kepada siswa. Analisis data tes tulis bertujuan untuk menganalisis proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan masalah PISA. Langkah-langkah dalam menganalisis data tes tulis sebagai berikut: 1) Data hasil tes tulis akan dianalisis berdasarkan indikator proses matematisasi horizontal dan vertikal yang diambil dari Bab II, 2) Data yang telah dianalisis akan disajikan dalam bentuk teks naratif, 3) Membuat simpulan yang mengacu pada indikator proses matematisasi.

### 2. Analisis Wawancara

Analisis data hasil wawancara bertujuan untuk mengklarifikasi lebih dalam tentang proses matematisasi horizontal dan vertikal dalam menyelesaikan soal PISA. Analisis data hasil wawancara dapat dilakukan melalui langkah-langkah berikut:

- a. Memutar hasil rekaman beberapa kali untuk memperoleh jawaban atau informasi yang diberikan subjek secara lisan secara maksimal.
- b. Mentranskrip hasil wawancara dengan subjek penelitian dengan pemberian kode yang berbeda tiap subjeknya. Adapun pengkodean dalam tes hasil wawancara penelitian ini adalah sebagai berikut:

$P_{x.y.z}$  dan  $S_{x.y.z}$

P = Peneliti/pewawancara

S = Siswa yang menjadi subjek penelitian

---

<sup>5</sup> Mudjia Rahardjo, "Triangulasi dalam Penelitian Kualitatif", Materi Kuliah Metpen, diakses dari [mudjiarahardjo.uin-malang.ac.id/materi-kuliah/270-triangulasi-dalam-penelitian-kualitatif.html](http://mudjiarahardjo.uin-malang.ac.id/materi-kuliah/270-triangulasi-dalam-penelitian-kualitatif.html), pada tanggal 16 Maret 2019

$x$  = Subjek penelitian ke- $x$ ,  $x = 1, 2, 3$   
 $y$  = Pertanyaan atau jawaban ke- $y$ ,  $y = 1, 2, 3, \dots$

$z$  = Tes PISA ke- $z$ ,  $z = 1, 2$

Contoh pengkodean:

$S_{1.2.1}$  = Subjek pertama yang menjadi subjek penelitian pada jawaban pertanyaan kedua untuk tes PISA nomor 1.

- c. Memeriksa kembali hasil transkrip tersebut dengan mendengarkan kembali ucapan-ucapan saat wawancara berlangsung, untuk mengurangi kesalahan penulis pada transkrip.
- d. Memilih hasil transkrip yang sesuai untuk menuliskan data-data dan mengidentifikasi proses matematisasi horizontal dan vertikal dalam menyelesaikan tes tulis.
- e. Mengolah hasil transkrip wawancara yang telah dipilih dengan melakukan triangulasi sumber, yaitu membandingkan hasil transkrip wawancara dengan data hasil tes tulis untuk memperoleh data yang valid.
- f. Penarikan kesimpulan yaitu memberikan makna dan penjelasan terhadap hasil penyajian data. Penarikan kesimpulan pada penelitian ini didasarkan pada hasil pembahasan terhadap data yang diperoleh dari hasil wawancara dan hasil tes tulis. Penarikan kesimpulan ini bertujuan untuk mendeskripsikan proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.

## H. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian yang dilakukan dalam penelitian ini meliputi 3 (tiga) tahapan, diantaranya:

### 1. Tahap Persiapan

Tahap ini dilakukan untuk mempersiapkan segala hal yang dibutuhkan dalam penelitian. Tahap persiapan ini, meliputi:

- a. Menyusun proposal penelitian yang sesuai dengan judul penelitian.
- b. Mempersiapkan dan menyusun instrumen penelitian yaitu lembar tes tulis dan lembar pedoman wawancara
- c. Melakukan validasi instrumen lembar tes tulis dan lembar pedoman wawancara oleh dosen pendidikan matematika dan guru mata pelajaran matematika MTsN 4 Surabaya.
- d. Membuat surat izin untuk melaksanakan penelitian dari pihak UIN Sunan Ampel Surabaya.
- e. Meminta izin kepada kepala sekolah MTsN 4 Surabaya untuk melakukan penelitian di sekolah tersebut.
- f. Diskusi dengan guru matematika untuk membahas terkait subjek dan waktu penelitian.

## **2. Tahap Pelaksanaan**

Tahap ini adalah tahapan terjadinya suatu penelitian. Tahap pelaksanaan terdiri dari beberapa tahapan, diantaranya:

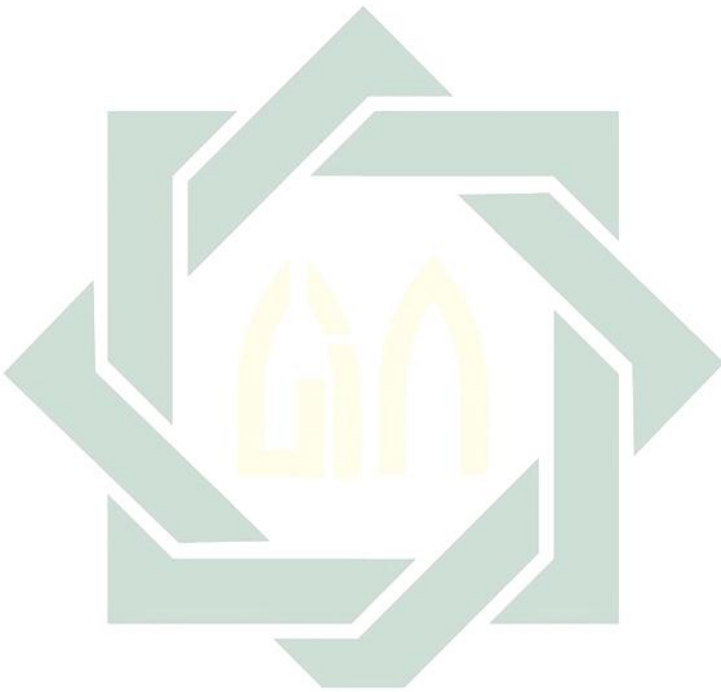
- a. Pemberian tes soal matematika PISA. Soal tersebut terdiri dari 2 soal uraian. Selama proses pengerjaan tes oleh siswa kelas VIII MTsN 4 Surabaya.
- b. Melakukan wawancara, selama wawancara peneliti menelusuri proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.
- c. Melakukan dokumentasi, dokumentasi dilakukan selama siswa mengerjakan tes tulis dan saat dilakukan tes wawancara oleh peneliti dengan menggunakan alat perekam.

## **3. Tahap Analisis Data**

Pada tahap ini, dilakukan analisis pada hasil tes tulis, dan hasil wawancara untuk memperoleh jawaban pada rumusan masalah yang telah dibuat. Selanjutnya, membuat kesimpulan dari penelitian yang dilakukan.

## **4. Tahap penyusunan laporan penelitian**

Pada tahap ini, peneliti menyusun laporan akhir penelitian berdasarkan data dan analisis data. Hasil yang diharapkan adalah memperoleh informasi mengenai proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.



Nb: Halaman ini sengaja dikosongkan

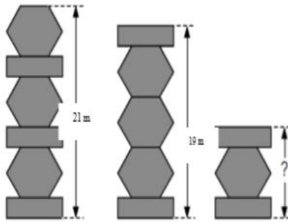
## BAB IV

### HASIL PENELITIAN

Pada hasil penelitian ini, peneliti mendeskripsikan dan menganalisis data yang telah diperoleh pada saat penelitian mengenai proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA. Tes soal PISA tersebut diikuti oleh kelas VIII-A yang berjumlah 35 siswa. Berdasarkan hasil tes yang dilakukan, maka terpilih 3 siswa untuk selanjutnya dilakukan proses wawancara. Adapun soal tes yang diberikan untuk memperoleh data adalah sebagai berikut:

#### Nomor 1:

Di bawah ini adalah 3 tower yang memiliki tinggi berbeda dan tersusun dari dua bentuk yaitu bentuk segi-enam dan persegi panjang.



Untuk menentukan tinggi tower yang paling pendek, maka jawablah pertanyaan berikut:

- Informasi apa saja yang ada pada soal? dan apa yang ditanyakan dalam soal?
- Strategi apa yang akan anda gunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut?
- Selesaikan masalah tersebut sesuai dengan strategi yang sudah anda rencanakan!
- Periksa apakah jawaban Anda sudah benar? Berikan alasannya!

**Nomor 2:**

Gunung Semeru merupakan gunung tertinggi di pulau Jawa dan menjadi salah satu diantara (7 puncak tertinggi) Indonesia.



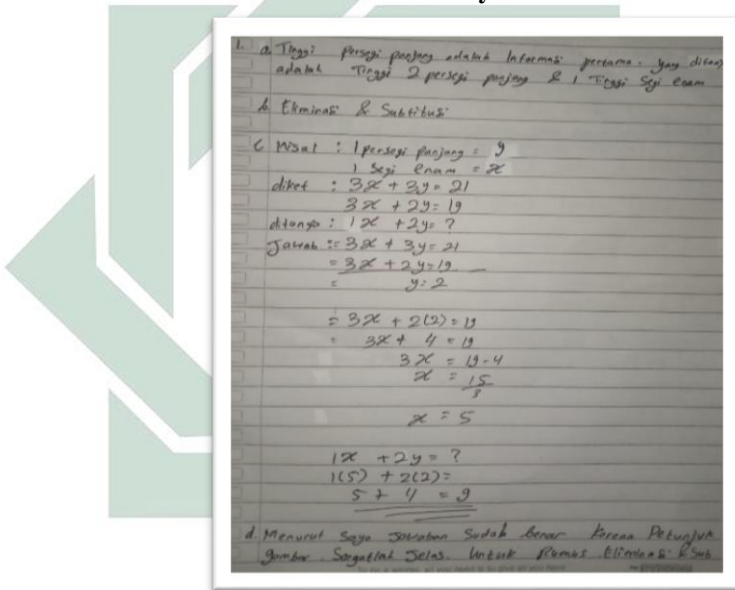
Adi bersama rombongannya berencana akan mendaki gunung Semeru pada bulan September nanti melalui jalur Ranu Pani, Lumajang Jawa Timur. Namun, karena diperkirakan cuaca belum stabil dan terdapat beberapa titik rawan longsor, dari petugas TNBTS hanya merekomendasikan pendakian sampai di Pos Ranu Kumbolo. Adi beserta rombongannya berangkat dari Pos Ranu Pani menuju Pos Ranu Kumbolo dengan melewati jalur Ranu Pani yang berjarak sekitar 9 km. Sesampainya di Pos Ranu Kumbolo mereka berhenti sekitar 4 jam untuk makan dan menikmati pemandangan yang disuguhkan. Namun, Adi beserta rombongannya harus tiba kembali di Pos Ranu Pani pada pukul 11.00 (sebelas siang) setelah menempuh seluruh perjalanan sejauh 18 km. Mereka memperkirakan bahwa dapat mendaki dengan kecepatan 1,5 km/jam dan dua kali lebih cepat ketika turun. Kecepatan tersebut sudah dipertimbangkan dengan waktu istirahat dalam perjalanan. Dengan menggunakan perkiraan tersebut, pada pukul berapakah paling lambat Adi dan rombongan harus berangkat mendaki agar mereka dapat kembali di Pos Ranu

### A. Proses Matematisasi Horizontal Siswa dalam Menyelesaikan Soal PISA

Berikut ini deskripsi dan analisis data hasil penelitian proses matematisasi horizontal subjek S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, dan S<sub>3</sub> dalam menyelesaikan soal PISA.

#### 1. Subjek S<sub>1</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA

##### a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal S<sub>1</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 1



**Gambar 4.1**

#### Jawaban S<sub>1</sub> dalam mengerjakan soal no 1

Berdasarkan gambar 4.1 terlihat bahwa subjek S<sub>1</sub> mampu menyebutkan konsep tentang eliminasi dan substitusi. Subjek S<sub>1</sub> kurang lengkap dalam menuliskan apa yang diketahui pada soal. Namun, subjek S<sub>1</sub> mampu dalam menuliskan apa yang ditanyakan dengan tepat. Subjek S<sub>1</sub> memisalkan segi-enam dengan simbol x, dan persegi panjang dengan



simbol  $y$ .  $S_1$  memperoleh persamaan dan menuliskan model matematika  $3x + 3y = 21$  sebagai persamaan pada tower pertama serta untuk persamaan pada tower kedua yaitu  $3x + 2y = 19$ . Sedangkan untuk yang ditanyakan, subjek  $S_1$  menuliskan persamaan model matematika yaitu  $x + 2y$ . Berdasarkan jawaban tertulis di atas, dilakukan wawancara untuk mengetahui lebih dalam tentang proses matematisasi horizontal siswa dalam menyelesaikan soal PISA. Berikut cuplikan hasil transkrip wawancara kepada subjek  $S_1$ .

$P_{1.1.1}$  : Pada materi apakah Anda belajar soal seperti ini?

$S_{1.1.1}$  : Materi SPLDV tentang eliminasi dan substitusi.

$P_{1.2.1}$  : Apa saja informasi yang Anda dapatkan dari soal?

$S_{1.2.1}$  : Ada dua tower yang tersusun dari persegi panjang dan segi-enam dengan tinggi yang berbeda-beda. Lalu, disuruh mencari tinggi dari 2 bangun persegi panjang dan tinggi dari 1 bangun segi-enam, kak.

$P_{1.3.1}$  : Bagaimana hubungan materi dengan soal ini?

$S_{1.3.1}$  : Ya kan tower itu tersusun dari persegi panjang dan segi-enam. Jadi, saya misalkan segi-enam dengan variabel  $x$ , dan persegi panjang dengan variabel  $y$ .

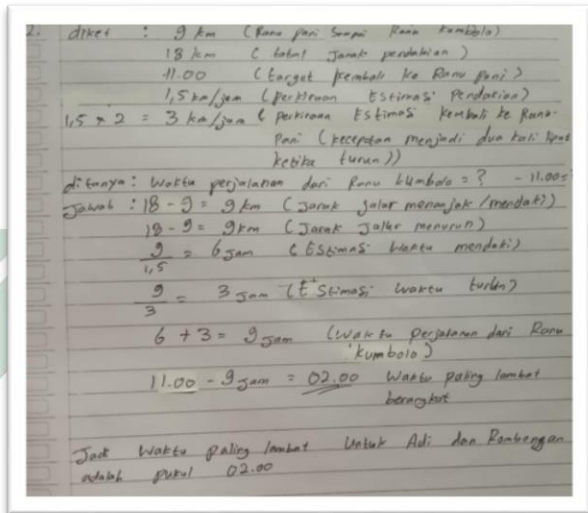
$P_{1.4.1}$  : Apa rencana atau ide Anda untuk menyelesaikan masalah tinggi tower yang paling pendek?

$S_{1.4.1}$  : Rencana saya yaitu menggunakan pemodelan pada masing-masing tower yang telah diketahui, kak. Pada tower pertama yaitu  $3x + 3y = 21$  dan pada tower kedua yaitu  $3x + 2y = 19$ , lalu dicari  $x + 2y$ .

- P<sub>1.5.1</sub> : Apa maksud dari model matematika yang Anda tuliskan di lembar jawaban tersebut?
- B
- S<sub>1.5.1</sub> : Nah maksudnya pada gambar tower pertama kan diketahui terdiri dari 3 bangun segi-enam dan 3 bangun persegi panjang dengan tinggi tower sebesar 21 m. Jadi, saya misalkan  $3x + 3y = 21$ . Sedangkan pada tower kedua terdiri dari 3 segi-enam dan 2 persegi panjang dengan tinggi sebesar 19 m. Jadi, saya misalkan  $3x + 2y = 19$  lalu,  $x + 2y$  untuk menentukan tinggi tower yang tersusun dari 1 segi-enam dan 2 persegi panjang.

Berdasarkan pernyataan pada petikan S<sub>1.2.1</sub> terlihat bahwa subjek menyebutkan informasi dan menjelaskan apa masalah yang terdapat pada soal. Pada petikan S<sub>1.3.1</sub> subjek dapat menyebutkan simbol variabel  $x$  untuk permisalan segi-enam dan variabel  $y$  untuk permisalan persegi panjang. Kemudian rencana subjek dalam memecahkan soal tersebut adalah dengan menggunakan pemodelan pada masing-masing tower yang telah diketahui. Pada tower pertama memiliki persamaan  $3x + 3y = 21$  dan pada tower kedua memiliki persamaan  $3x + 2y = 19$ . Selanjutnya, untuk mencari nilai  $x$  dan  $y$  dapat diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi. Digunakannya metode eliminasi-substitusi karena subjek ingat dengan pembelajaran matematika tersebut dan sudah terbiasa. Dari jawaban tersebut, terlihat bahwa subjek S<sub>1</sub> mampu menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika.

**b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal S<sub>1</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 2**



**Gambar 4.2**

**Jawaban S<sub>1</sub> dalam mengerjakan soal no 2**

Berdasarkan gambar 4.2 terlihat bahwa subjek S<sub>1</sub> lengkap dalam menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal nomor 2. Subjek S<sub>1</sub> mampu menyebutkan kata-kata yang terdapat dalam masalah tersebut dengan bahasa formal matematika yaitu  $2 \times 1,5 \text{ km/jam}$  sebagai estimasi kecepatan turun. Selanjutnya, subjek S<sub>1</sub> menunjukkan cara memperoleh jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani yaitu  $18 - 9 = 9 \text{ km}$ . Terakhir, subjek S<sub>1</sub> menerjemahkan bahasa masalah ke dalam bahasa matematika disertai penyelesaian masalah untuk waktu mendaki yaitu  $\frac{9}{1,5} = 6 \text{ jam}$ .

Berdasarkan jawaban tertulis di atas, dilakukan wawancara untuk mengetahui lebih dalam tentang proses matematisasi horizontal siswa dalam menyelesaikan soal PISA. Berikut cuplikan hasil transkrip wawancara kepada subjek S<sub>1</sub>:

- P<sub>1.1.2</sub> : Materi apa yang pernah Anda pelajari pada soal seperti ini?
- S<sub>1.1.2</sub> : Pada materi jarak, waktu, dan kecepatan.
- P<sub>1.2.2</sub> : Apa saja informasi yang Anda dapatkan dari soal?
- S<sub>1.2.2</sub> : Jarak Ranu Pani ke Ranu Kumbolo sebesar 9 km, total jarak pendakian sebesar 18 km, kecepatan saat pendakian sebesar 1,5 km/jam. Setelah itu, mencari waktu keberangkatan dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani agar sampai pada pukul 11.00 siang.
- P<sub>1.3.2</sub> : Sebutkan kalimat yang terdapat dalam masalah tersebut dengan bahasa formal matematika?
- S<sub>1.3.2</sub> : Kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik, berarti kecepatan turunnya yaitu  $2 \times 1,5 \text{ km/jam} = 3 \text{ km/jam}$ .
- P<sub>1.4.2</sub> : Bagaimana cara untuk memperoleh jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani?
- S<sub>1.4.2</sub> : Mengurangi jarak seluruhnya dengan jarak saat naik yaitu  $18 - 9 = 9 \text{ km}$
- P<sub>1.5.2</sub> : Jelaskan apa maksud dari rumus yang Anda tuliskan di lembar jawaban tersebut?
- S<sub>1.5.2</sub> : Pada permasalahan tersebut kan mencari waktu mendaki dan waktu turun. Jadi, rumusnya jarak dibagi dengan kecepatan.

Berdasarkan pernyataan pada petikan S<sub>1.2.2</sub> terlihat bahwa subjek S<sub>1</sub> menyebutkan informasinya dengan lengkap. Pada petikan S<sub>1.3.2</sub> subjek dapat menyebutkan kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan

naik dengan bahasa formal matematika yaitu  $2 \times 1,5$  km/jam = 3 km/jam. Kemudian, rencana subjek dalam memecahkan soal tersebut adalah dengan menentukan jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani dengan mengurangi jarak seluruhnya dengan jarak saat naik. Sehingga diperoleh jawaban jarak saat turun yaitu sebesar 9 km. Selanjutnya, subjek dapat menuliskan rumus jarak dibagi kecepatan untuk mencari waktu saat naik atau mendaki maupun saat turun. Dari jawaban tersebut, terlihat bahwa S<sub>1</sub> mampu menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika.

**c. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek S<sub>1</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2**

Berdasarkan hasil deskripsi jawaban tertulis dan wawancara dengan subjek S<sub>1</sub>, berikut hasil analisis proses matematisasi horizontal subjek S<sub>1</sub> dalam menyelesaikan soal PISA.

- 1) Mengidentifikasi konsep matematika yang relevan dengan masalah

Berdasarkan gambar 4.1 dan hasil wawancara pada transkrip (P<sub>1.1.1</sub>:S<sub>1.1.1</sub>), subjek seperti tidak kesulitan dalam memahami soal nomor 1. Hal tersebut ditunjukkan subjek dengan menyebutkan dan memahami konsep tentang SPLDV metode eliminasi dan substitusi. Digunakannya metode eliminasi-substitusi karena subjek ingat dengan pembelajaran matematika tersebut. Selain itu, pada gambar 4.2 dan hasil wawancara pada transkrip (P<sub>1.1.2</sub>:S<sub>1.1.2</sub>), subjek juga tidak mengalami kesulitan dalam memahami soal nomor 2. Hal tersebut ditunjukkan subjek dengan menyebutkan dan memahami konsep tentang kecepatan, jarak, dan waktu. Konsep tersebut sudah pernah diajarkan sejak saat sekolah dasar. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah subjek mampu menyebutkan dan mengungkapkan

konsep matematika yang relevan dengan masalah kontekstual.

- 2) Merepresentasikan masalah dengan berbagai cara yang berbeda

Berdasarkan gambar 4.1 dan hasil wawancara pada transkrip ( $P_{1.2.1}; S_{1.2.1}$ ) subjek menuliskan serta menyebutkan yang diketahui dan ditanya pada soal tersebut menggunakan bahasanya sendiri yaitu diketahui dua tower yang tersusun dari persegi panjang dan segi-enam dengan tinggi yang berbeda-beda. Lalu, mencari tinggi dari 2 bangun persegi panjang dan tinggi dari 1 bangun segi-enam. Tetapi pada yang diketahui dari soal tersebut ada informasi tertinggal yaitu “tinggi tower pertama sebesar 21 meter dan tinggi tower kedua sebesar 19 meter”. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menentukan sebagian apa yang diketahui dari soal tersebut dan mampu menentukan apa yang ditanyakan dalam soal tersebut.

Selain itu, pada gambar 4.2 dan hasil wawancara pada transkrip ( $P_{1.2.2}; S_{1.2.2}$ ), subjek menuliskan serta menyebutkan yang diketahui pada soal nomor 2 dengan menggunakan bahasanya sendiri secara lengkap dan tepat. Namun, subjek kurang lengkap dalam menyebutkan informasi apa yang ditanyakan yaitu “waktu tiba kembali di Pos Ranu Pani pada pukul 11.00 (sebelas siang)”. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu mengungkapkan kembali masalah dengan menggunakan kalimatnya sendiri.

- 3) Mencari hubungan antara bahasa masalah dengan simbol dan bahasa formal matematika

Berdasarkan gambar 4.1 dan hasil wawancara pada transkrip ( $P_{1.3.1}; S_{1.3.1}$ ). Hal ini terlihat bahwa subjek menyebutkan simbol variabel  $x$  untuk permisalan segi-enam dan variabel  $y$  untuk permisalan persegi panjang. Sedangkan pada

gambar 4.2 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>1.3.2</sub>:S<sub>1.3.2</sub>) subjek dapat menyebutkan kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik dengan bahasa formal matematika yaitu  $2 \times 1,5 \text{ km/jam} = 3 \text{ km/jam}$ . Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menyebutkan kata-kata atau kalimat yang terdapat dalam masalah dengan bahasa formal matematika maupun simbol matematika.

- 4) Mencari keteraturan hubungan dan pola yang berkaitan dengan masalah

Berdasarkan gambar 4.1 dan hasil wawancara pada transkrip (P<sub>1.4.1</sub>:S<sub>1.5.1</sub>) dapat dilihat bahwa subjek mampu menunjukkan cara memperoleh jawaban pada soal nomor 1 dengan memodelkan matematika yang sesuai pada tower yang diketahui. Selanjutnya, untuk mencari nilai  $x$  dan  $y$  dari kedua persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi dan substitusi. Selain itu, pada soal nomor 2 dapat dilihat pada gambar 4.2 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>1.4.2</sub>:S<sub>1.5.2</sub>) dimana rencana subjek dalam menentukan jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani yaitu  $18 \text{ km} - 9 \text{ km}$ . Sehingga diperoleh jawaban jarak saat turun yaitu sebesar  $9 \text{ km}$ . Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menunjukkan cara memperoleh jawaban melalui model matematika maupun bahasa formal matematika serta disertai dengan penjelasan.

- 5) Menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika

Berdasarkan gambar 4.1 Subjek menuliskan model matematika  $3x + 3y = 21$  sebagai persamaan pertama dan  $3x + 2y = 19$  sebagai persamaan kedua. Sedangkan pada gambar 4.2 subjek menuliskan model matematika dengan rumus jarak dibagi kecepatan untuk mencari waktu mendaki maupun saat waktu turun.

Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menuliskan model matematika pada soal nomor 1 dan nomor 2.

**Tabel 4.1**  
**Hasil Analisis Proses Matematisasi Horizontal**  
**Subjek S<sub>1</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA**

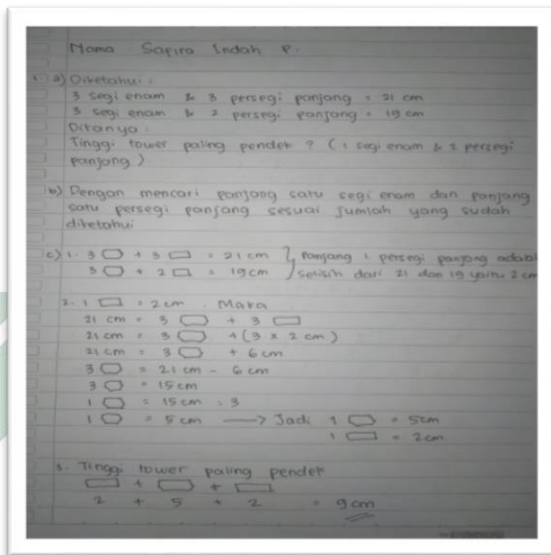
Tahapan Aktivitas	Indikator Matematisasi Horizontal	Hasil Analisis	
		Soal No 1	Soal No 2
Mengidentifikasi konsep matematika yang relevan dengan masalah	Menyebutkan dan mengungkapkan konsep matematika yang relevan dengan masalah kontekstual	Subjek S <sub>1</sub> mampu menyebutkan dan memahami konsep eliminasi dan substitusi	Subjek S <sub>1</sub> mampu menyebutkan dan memahami konsep kecepatan, jarak, dan waktu
Merepresentasikan masalah dengan berbagai cara yang berbeda	Mengungkapkan kembali masalah dengan menggunakan kalimatnya sendiri	Subjek S <sub>1</sub> menyebutkan sebagian informasi yang diketahui pada soal secara tertulis. Tetapi berdasarkan wawancara, ia menyebutkan secara lengkap	Subjek S <sub>1</sub> mampu dalam menyebutkan informasi yang diketahui pada soal secara tertulis maupun pada hasil wawancara secara lengkap
Mencari hubungan antara bahasa masalah dengan simbol dan bahasa	Menyebutkan kata-kata atau kalimat yang terdapat dalam masalah dengan bahasa formal matematika	Subjek S <sub>1</sub> mampu menyebutkan kata segienam dengan permisalan simbol variabel $x$ dan persegi	Subjek S <sub>1</sub> mampu menyebutkan kalimat “kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan



formal matematika	maupun simbol matematika	panjang dengan simbol variabel $y$	naik” dengan bahasa formal matematika $= 2 \times 1,5 = 3$ km/jam
Mencari keteraturan hubungan dan pola yang berkaitan dengan masalah	Menunjukkan cara memperoleh jawaban melalui visualisasi berupa gambar atau model serta disertai dengan penjelasan	Subjek $S_1$ mampu menunjukkan cara memperoleh jawaban dengan memodelkan matematika yang sesuai pada tower yang diketahui	Subjek $S_1$ mampu menunjukkan cara memperoleh jarak Ranu Kumbolo ke Ranu Pani yaitu $18 - 9 = 9$ km
Menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika	Menuliskan model matematika.	Subjek $S_1$ menuliskan model matematika $3x + 3y = 21$ sebagai persamaan I dan $3x + 2y = 19$ sebagai persamaan II	Subjek $S_1$ menuliskan model matematika dengan rumus jarak dibagi kecepatan untuk mencari waktu mendaki maupun waktu turun

## 2. Subjek $S_2$ dalam Menyelesaikan Soal PISA





### a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal $S_2$ dalam Menyelesaikan Soal no 1







Gambar 4.3

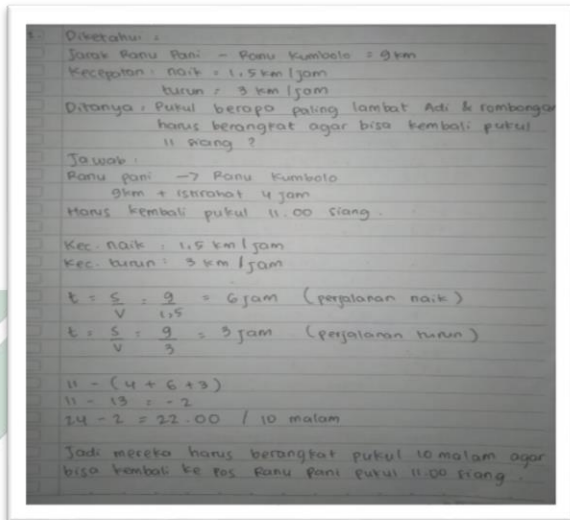
**Jawaban S<sub>2</sub> dalam mengerjakan soal no 1**

Berdasarkan gambar 4.3, terlihat bahwa subjek S<sub>2</sub> tidak menggunakan materi prasyarat tentang eliminasi dan substitusi dikarenakan kurangnya pemahaman tentang materi prasyarat tersebut. Namun, subjek S<sub>2</sub> mampu dalam menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal. Subjek S<sub>2</sub> menyimbolkan semua kata-kata yang digunakan untuk menyelesaikan soal dengan gambar persegi panjang dan segi-enam. Selanjutnya, subjek menuliskan model matematika melalui gambar yaitu seperti  $3\square + 3\hexagon = 21$  dan  $2\square + 3\hexagon = 19$  cm. Berikut cuplikan hasil wawancara kepada subjek S<sub>2</sub>:

- P<sub>2.1.1</sub> : Apakah Anda masih ingat materi tentang SPLDV?
- S<sub>2.1.1</sub> : Lupa kak.
- P<sub>2.2.1</sub> : Apa saja informasi yang Anda dapatkan dari soal?
- S<sub>2.2.1</sub> : Dari soal diketahui, 3 segi-enam dan 3 persegi panjang = 21 cm, 3 segi-enam dan 2 persegi panjang = 19 cm. Lalu, yang ditanyakan yaitu 2 persegi panjang dan 1 segi-enam.
- P<sub>2.3.1</sub> : Mengapa Anda menyebutkan kata-kata yang terdapat dalam masalah dengan simbol gambar?
- S<sub>2.3.1</sub> : Karena lebih mudah dipahami melalui gambar.
- P<sub>2.4.1</sub> : Apa rencana atau ide Anda untuk menyelesaikan masalah tersebut?
- S<sub>2.4.1</sub> : Menulis 3  + 3  = 21 sebagai persamaa pada gambar tower pertama, sedangkan untuk persamaan tower kedua yaitu 2  + 3  = 19. Lalu, cari tinggi dari masing-masing bangun itu.

Berdasarkan petikan wawancara S<sub>2.2.1</sub>, terlihat bahwa subjek S<sub>2</sub> mampu menjelaskan informasi dengan tepat. Namun, subjek S<sub>2</sub> kurang pemahaman konsep pada soal nomor 1. Hal ini terlihat pada hasil transkrip S<sub>2.1.1</sub> dimana subjek lupa dengan konsep SPLDV metode eliminasi substitusi. Kemudian, subjek menyebutkan kata-kata yang terdapat dalam masalah dengan simbol gambar persegi panjang dan segi-enam. Selanjutnya, subjek menulis 3  + 3  = 21 sebagai persamaa pada gambar tower pertama, sedangkan untuk persamaan tower kedua yaitu 2  + 3  = 19. Dari jawaban tersebut terlihat, bahwa S<sub>2</sub> menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika melalui visualisasi gambar.

**b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal S<sub>2</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 2**



Gambar 4.4

### Jawaban S<sub>2</sub> dalam mengerjakan soal no 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas, terlihat bahwa subjek S<sub>2</sub> kurang lengkap dalam menuliskan informasi yang ada pada soal. Subjek S<sub>2</sub> menuliskan 3 km/jam sebagai estimasi kecepatan turun. Selanjutnya, subjek S<sub>2</sub> langsung memperoleh 9 km yang merupakan jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani tanpa menuliskan cara memperolehnya. Terakhir, subjek S<sub>2</sub> menerjemahkan bahasa masalah ke dalam bahasa matematika dengan rumus  $t = \frac{s}{v}$ . Berikut cuplikan hasil transkrip wawancara kepada subjek S<sub>2</sub>:

P<sub>2.1.2</sub> : Pada materi apa Anda mempelajari soal ini?

S<sub>2.1.2</sub> : Materi jarak, waktu, dan kecepatan, kak.

P<sub>2.2.2</sub> : Apa saja informasi yang Anda dapatkan dari soal?

S<sub>2.2.2</sub> : Jarak Ranu Pani ke Ranu Kumbolo sebesar 9 km, kecepatan saat naik

sebesar 1,5 km/jam. Lalu, mencari waktu berangkat agar sampai di Ranu Pani pada pukul 11.00 siang.

P<sub>2.3.2</sub> : Sebutkan kalimat yang terdapat dalam masalah tersebut dengan bahasa formal matematika?

B  
S<sub>2.3.2</sub> : Tadi saya membaca ada kalimat, kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik, berarti kecepatan turun yaitu  $2 \times 1,5$  km/jam = 3 km/jam.

P<sub>2.4.2</sub> : Bagaimana cara Anda untuk memperoleh jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani?

S<sub>2.4.2</sub> :  $18 - 9 = 9$  km, kan jarak seluruhnya 18 km tinggal dikurangi saja dengan jarak naiknya.

P<sub>2.5.2</sub> : Jelaskan apa maksud dari rumus yang Anda tuliskan di lembar jawaban tersebut?

S<sub>2.5.2</sub> : Saya merumuskan,  $t = \frac{s}{v}$  dimana t adalah waktu, s adalah jarak dan v adalah kecepatan. Jadi, t ini bisa digunakan untuk mencari waktu naik dan turun.

Berdasarkan pernyataan pada petikan S<sub>2.2.2</sub> terlihat bahwa subjek S<sub>2</sub> menyebutkan informasinya dengan lengkap. Pada petikan S<sub>2.3.2</sub> subjek dapat menyebutkan kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik dengan bahasa formal matematika yaitu  $2 \times 1,5$  km/jam = 3 km/jam. Kemudian, rencana subjek dalam memecahkan soal tersebut adalah dengan menentukan jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani yaitu 18 km – 9 km. Sehingga diperoleh jawaban jarak saat turun yaitu sebesar 9 km. Selanjutnya, subjek dapat menuliskan rumus jarak (s) dibagi kecepatan (v) untuk mencari waktu saat naik atau mendaki maupun saat turun. Dari jawaban tersebut, terlihat bahwa S<sub>1</sub>

menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika.

**c. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek S<sub>2</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2**

Berdasarkan hasil deskripsi jawaban tertulis dan wawancara dengan subjek S<sub>2</sub>, berikut hasil analisis proses matematisasi horizontal subjek S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal PISA.

1) Mengidentifikasi konsep matematika yang relevan dengan masalah

Berdasarkan gambar 4.3 dan hasil wawancara pada transkrip (P<sub>2.1.1</sub>:S<sub>2.1.1</sub>), subjek kesulitan dalam memahami soal nomor 1. Hal tersebut ditunjukkan subjek tidak menyebutkan dan memahami konsep tentang SPLDV metode eliminasi dan substitusi, karena subjek lupa tentang konsep tersebut. Selain itu, pada gambar 4.4 dan hasil wawancara pada transkrip (P<sub>2.1.2</sub>:S<sub>2.1.2</sub>), subjek tidak mengalami kesulitan dalam memahami soal nomor 2. Hal tersebut ditunjukkan subjek dengan menyebutkan dan memahami konsep tentang kecepatan, jarak, dan waktu. Konsep tersebut sudah pernah diajarkan sejak saat sekolah dasar. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menyebutkan dan mengungkapkan konsep matematika yang relevan dengan masalah kontekstual.

2) Merepresentasikan masalah dengan berbagai cara yang berbeda

Berdasarkan gambar 4.3 dan hasil wawancara pada transkrip (P<sub>2.2.1</sub>:S<sub>2.2.1</sub>) subjek menuliskan serta menyebutkan yang diketahui dan ditanya pada soal tersebut menggunakan bahasanya sendiri yaitu diketahui dua tower yang tersusun dari persegi panjang dan segi-enam dengan tinggi sebesar 21 dan 19. Lalu, disuruh mencari tinggi tower paling pendek yang tersusun dari 2 bangun persegi panjang dan tinggi

dari 1 bangun segi-enam. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menentukan sebagian apa yang diketahui dari soal tersebut dan mampu menentukan apa yang ditanyakan dalam soal tersebut. Selain itu, pada gambar 4.4 dan hasil wawancara pada transkrip (P<sub>2.2.2</sub>:S<sub>2.2.2</sub>), subjek menuliskan serta menyebutkan yang diketahui pada soal nomor 2 dengan menggunakan bahasanya sendiri secara lengkap dan tepat. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu mengungkapkan kembali informasi masalah yang diketahui maupun yang ditanyakan dengan menggunakan kalimatnya sendiri.

- 3) Mencari hubungan antara bahasa masalah dengan simbol dan bahasa formal matematika

Berdasarkan gambar 4.3 dan hasil wawancara pada transkrip (P<sub>2.3.1</sub>:S<sub>2.3.1</sub>). Hal ini terlihat bahwa subjek menyebutkan dan menuliskan simbol gambar bangun segi-enam dan gambar bangun persegi panjang. Sedangkan pada gambar 4.4 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>2.3.2</sub>:S<sub>2.3.2</sub>) subjek dapat menyebutkan kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik dengan bahasa formal matematika yaitu  $2 \times 1,5 \text{ km/jam} = 3 \text{ km/jam}$ . Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menyebutkan kata-kata atau kalimat yang terdapat dalam masalah dengan bahasa formal matematika maupun simbol matematika.

- 4) Mencari keteraturan hubungan dan pola yang berkaitan dengan masalah

Berdasarkan gambar 4.3 dan hasil wawancara pada transkrip (P<sub>2.4.1</sub>:S<sub>2.5.1</sub>) dapat dilihat bahwa subjek mampu menunjukkan cara memperoleh jawaban pada soal nomor 1 dengan memodelkan matematika yang sesuai pada tower yang diketahui. Selanjutnya untuk mencari suatu nilai  $\square$  dan  $\diamond$  dari kedua persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan

suatu penalaran yang sesuai dengan pemahaman subjek. Selain itu, pada soal nomor 2 dapat dilihat pada gambar 4.4 dan hasil wawancara transkrip (P<sub>2.4.2</sub>:S<sub>2.5.2</sub>) dimana rencana subjek dalam menentukan jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani yaitu 18 km – 9 km. Sehingga diperoleh jawaban jarak saat turun yaitu sebesar 9 km. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menunjukkan cara memperoleh jawaban melalui model matematika maupun bahasa formal matematika serta disertai dengan penjelasan.

5) Menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika

Berdasarkan gambar 4.3 Subjek menuliskan model matematika  $3 \square + 3 \hexagon = 21$  sebagai persamaan pertama dan  $3 \hexagon + 2 \square = 19$  sebagai persamaan kedua. Sedangkan pada gambar 4.4 subjek menuliskan model matematika dengan rumus jarak dibagi kecepatan untuk mencari waktu mendaki maupun saat waktu turun. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika dengan cara menuliskan model matematika pada soal nomor 1 dan nomor 2.

**Tabel 4.2**

**Hasil Analisis Proses Matematisasi Horizontal  
Subjek S<sub>2</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA**

Tahapan Aktivitas	Indikator Matematisasi Horizontal	Hasil Analisis	
		Soal No 1	Soal No 2
Mengidentifikasi konsep matematika yang relevan dengan masalah	Menyebutkan dan mengungkapkan konsep matematika yang relevan	Subjek S <sub>2</sub> tidak mampu memahami konsep SPLDV tentang	Subjek S <sub>2</sub> mampu menyebutkan dan memahami konsep



	dengan masalah	eliminasi dan substitusi	kecepatan, jarak, dan waktu
Merepresentasikan masalah dengan berbagai cara yang berbeda	Mengungkapkan kembali masalah dengan menggunakan kalimatnya sendiri.	Subjek S <sub>2</sub> mampu menyebutkan informasi yang ada pada soal secara tertulis maupun pada hasil wawancara	Subjek S <sub>2</sub> mampu menyebutkan informasi pada soal secara tertulis maupun pada hasil wawancara
Mencari hubungan antara bahasa masalah dengan simbol dan bahasa formal matematika	Menyebutkan kata-kata atau kalimat yang terdapat dalam masalah dengan bahasa formal matematika maupun simbol matematika	Subjek S <sub>2</sub> mampu menyebutkan kata-kata yang terdapat pada masalah dengan simbol gambar bangun  dan 	Subjek S <sub>2</sub> menyebutkan kalimat yang terdapat dalam masalah dengan bahasa formal matematika yaitu $= 2 \times 1,5 \text{ km/jam}$
Mencari keteraturan hubungan dan pola yang berkaitan dengan masalah	Menunjukkan cara memperoleh jawaban melalui visualisasi berupa gambar atau model serta disertai dengan penjelasan	Subjek S <sub>2</sub> menunjukkan cara memperoleh jawaban melalui gambar  dan  pada masing-masing tower yang telah diketahui	Pada hasil wawancara, subjek S <sub>2</sub> menunjukkan cara memperoleh jarak Ranu Kumbolo ke Ranu Pani dengan cara $18 - 9 = 9 \text{ km}$

Menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika	Menuliskan model matematika	Subjek S <sub>2</sub> menuliskan bentuk model matematika $3 \square + 3 \square = 21 \text{ cm}$ dan $3 \square + 2 \square = 19 \text{ cm}$	Subjek S <sub>2</sub> menuliskan model matematika dengan rumus $t = \frac{s}{v}$ , dimana s adalah jarak, v adalah kecepatan dan t merupakan waktu untuk mencari waktu naik maupun waktu turun
--	-----------------------------	---	--

### 3. Subjek S<sub>3</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA

#### a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal S<sub>3</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 1

1. Interpretasi gambar 2 tower  
 2. Yang ditanyakan adalah tinggi tower ke-2  
 a) panjang masing-masing segmen akan dicari dengan yang ada pada tower ke-2 tower ke-1 telah  
 akan diketahui tinggi (panjang) masing-masing (panjang & segmen)

c) Tower-1 = 3 persegi panjang + 3 segi enam  
 $(3x + 3y)$   
 Tower-2 = 2 persegi panjang + 3 segi enam  
 $(2x + 3y)$

$$\begin{array}{r}
 3x + 3y = 21 \\
 2x + 3y = 19 \\
 \hline
 1x = 2
 \end{array}$$

$3x + 3y = 21$   
 $3(2) + 3y = 21$   
 $6 + 3y = 21$   
 $3y = 21 - 6$   
 $3y = 15$   
 $y = \frac{15}{3} = 5$

fungsi tower 2 =  
 $2 \text{ persegi panjang} + 1 \text{ segi enam}$   
 $= 2x + y$   
 $= 2(2) + 5$   
 $= 4 + 5$   
 $= 9 \text{ m}$

3. Setelah itu, saya sudah mengerjakan & menghitung setiap segmen ts  
 ts dan kemudian saya...

**Gambar 4.5**  
**Jawaban S<sub>3</sub> dalam mengerjakan soal no 1**

Berdasarkan gambar 4.5, terlihat bahwa subjek  $S_3$  kurang lengkap dalam menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal. Subjek  $S_3$  memisalkan persegi panjang dengan simbol  $x$ , dan segi-enam dengan simbol  $y$ . Selanjutnya, subjek  $S_3$  memperoleh dan menuliskan persamaan model matematika. Pada tower pertama memiliki persamaan  $3x + 3y = 21$  dan pada tower kedua memiliki persamaan  $2x + 3y = 19$ . Berikut cuplikan hasil transkrip wawancara kepada subjek  $S_3$ :

- P<sub>3.1.1</sub> : Pada materi apakah Anda belajar soal seperti ini?
- P<sub>3.1.1</sub> : Materi eliminasi permisalan dan substitusi, kak.
- P<sub>3.2.1</sub> : Apa saja informasi yang Anda dapatkan dari soal?
- P<sub>3.2.1</sub> : Diketahui dua tinggi tower yang berbeda, kak.  
 B Kemudian, disuruh mencari tinggi tower pada gambar ketiga dengan ukuran yang lebih pendek
- P<sub>3.3.1</sub> : Bagaimana hubungan materi dengan soal ini?
- P<sub>3.3.1</sub> : Karena ada kata-kata dalam masalah tersebut yang bisa dimisalkan. Jadi, tak misalkan persegi panjang dengan simbol  $x$ , dan segi-enam dengan simbol  $y$ .
- P<sub>3.4.1</sub> : Apa rencana atau ide Anda untuk menyelesaikan masalah tinggi tower yang paling pendek?
- P<sub>3.4.1</sub> : Memodelkan matematika tower pertama dengan persamaan  $3x + 3y = 21$  dan pada tower kedua yaitu  $2x + 3y = 19$

Berdasarkan pernyataan pada petikan  $S_{3.2.1}$  terlihat bahwa subjek menyebutkan informasi dan menjelaskan apa masalah yang terdapat pada soal.

Pada petikan S<sub>3.3.1</sub> subjek dapat menyebutkan simbol variabel  $x$  untuk permisalan persegi panjang dan variabel  $y$  untuk permisalan segi-enam. Kemudian rencana subjek dalam memecahkan soal tersebut adalah dengan menggunakan pemodelan pada masing-masing tower yang telah diketahui. Pada tower pertama memiliki persamaan  $3x + 3y = 21$  dan pada tower kedua memiliki persamaan  $2x + 3y = 19$ . Selanjutnya, untuk mencari nilai  $x$  dan  $y$  dapat diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi. Digunakannya metode eliminasi-substitusi karena subjek ingat dengan pembelajaran matematika tersebut dan sudah terbiasa. Dari jawaban tersebut, terlihat bahwa subjek S<sub>3</sub> mampu menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika.

**b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Horizontal S<sub>3</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 2**

Berangkat  
 a) dit: jarak  $(d_1) = 9 \text{ km}$   
 jarak  $(d_2) = 9 \text{ km}$   
 kec. berangkat  $(v_1) = 1,5 \text{ km/jam}$   
 kec. pulang  $(v_2) = 3 \text{ km/jam}$   
 ditanya: jam berangkat?  
 Jawab  
 Lama berangkat  $= \frac{d_1}{v_1}$   
 $= \frac{9}{1,5}$   
 $= 6 \text{ jam}$   
 Lama turun  $= \frac{d_2}{v_2}$   
 $= \frac{9}{3}$   
 $= 3 \text{ jam}$   
 (diketahui: 9 jam)  
 9 jam + 3 jam = 13 jam

jika harus sampai pukul 11.00 siang, maka berangkat mendalainya dimulai pukul 11.00 - 13 jam = Pukul 10.00 (sebelum malam)

**Gambar 4.6**

**Jawaban S<sub>3</sub> dalam mengerjakan soal no 2**

Berdasarkan gambar 4.6, terlihat bahwa subjek S<sub>3</sub> menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan pada

soal tetapi, tidak secara rinci. Subjek  $S_3$  menuliskan 3 km/jam sebagai estimasi kecepatan turun. Selanjutnya, subjek  $S_3$  langsung memperoleh 9 km yang merupakan jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani. Terakhir, subjek  $S_3$  menerjemahkan bahasa masalah ke dalam bahasa matematika yaitu lama mendaki atau turun dengan rumus  $\frac{d}{v}$  dimana,  $d$  merupakan jarak, dan  $v$  merupakan kecepatan. Berikut cuplikan hasil transkrip wawancara kepada subjek  $S_3$ :

$P_{3.1.2}$  : Apa saja informasi yang Anda dapatkan dari soal?

$S_{3.1.2}$  : Jarak berangkat sebesar 9 km, kecepatan berangkat sebesar 1,5 km/jam. Setelah itu, mencari waktu keberangkatan dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani.

$P_{3.2.2}$  : Sebutkan kalimat yang terdapat dalam masalah tersebut dengan bahasa formal matematika?

$S_{3.2.2}$  : Kan kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik, berarti kecepatan turunnya pada masalah tersebut yaitu  $2 \times 1,5 = 3$  km/jam.

$P_{3.3.2}$  : Bagaimana cara Anda untuk memperoleh jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani?

$S_{3.3.2}$  :  $18 - 9 = 9$  km

$P_{3.4.2}$  : Jelaskan apa maksud dari rumus yang ada di lembar jawaban Anda tersebut?

$S_{3.4.2}$  : Pada permasalahan tersebut kan mencari lama mendaki dan turun dengan rumus waktu  $= \frac{d}{v}$  dimana,  $d$  merupakan jarak, dan  $v$  merupakan kecepatan.

Berdasarkan pernyataan pada petikan  $S_{3.2.2}$  terlihat bahwa subjek  $S_3$  menyebutkan informasinya dengan lengkap. Pada petikan  $S_{3.3.2}$  subjek dapat menyebutkan

kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik dengan bahasa formal matematika yaitu  $2 \times 1,5 \text{ km/jam} = 3 \text{ km/jam}$ . Kemudian, rencana subjek dalam memecahkan soal tersebut adalah dengan menentukan jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani dengan mengurangi jarak seluruhnya dengan jarak saat naik. Sehingga diperoleh jawaban jarak saat turun yaitu sebesar 9 km. Selanjutnya, subjek dapat menuliskan rumus jarak dibagi kecepatan untuk mencari waktu saat naik atau mendaki maupun saat turun. Dari jawaban tersebut, terlihat bahwa  $S_1$  menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika.

**c. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Horizontal Subjek  $S_3$  dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2**

Berdasarkan hasil deskripsi jawaban tertulis dan wawancara dengan subjek  $S_3$ , berikut hasil analisis proses matematisasi horizontal subjek  $S_3$  dalam menyelesaikan soal PISA.

- 1) Mengidentifikasi konsep matematika yang relevan dengan masalah

Berdasarkan gambar 4.5 dan hasil wawancara pada transkrip ( $P_{3.1.1}:S_{3.1.1}$ ), subjek memahami soal nomor 1. Hal tersebut ditunjukkan subjek dengan menyebutkan dan memahami konsep tentang SPLDV metode eliminasi dan substitusi. Selain itu, pada gambar 4.6 dan hasil wawancara pada transkrip ( $P_{3.1.2}:S_{3.1.2}$ ), subjek juga tidak mengalami kesulitan dalam memahami soal nomor 2. Hal tersebut ditunjukkan subjek dengan menyebutkan dan memahami konsep tentang kecepatan, jarak, dan waktu. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menyebutkan dan mengungkapkan konsep matematika yang relevan dengan masalah kontekstual.

- 2) Merepresentasikan masalah dengan berbagai cara yang berbeda

Berdasarkan gambar 4.5 dan hasil wawancara pada transkrip ( $P_{3.2.1}:S_{3.2.1}$ ) subjek menuliskan

serta menyebutkan yang diketahui dan ditanya pada soal tersebut menggunakan bahasanya sendiri yaitu diketahui dua tower dengan tinggi yang berbeda-beda. Lalu, mencari tinggi dari 2 bangun persegi panjang dan tinggi dari 1 bangun segi-enam. Tetapi pada yang diketahui dari soal tersebut ada informasi tertinggal yaitu “tinggi tower pertama sebesar 21 meter dan tinggi tower kedua sebesar 19 meter”. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menentukan sebagian apa yang diketahui dari soal tersebut dan mampu menentukan apa yang ditanyakan dalam soal tersebut.

Selain itu, pada gambar 4.6 dan hasil wawancara pada transkrip (S<sub>3.2.2</sub>:S<sub>3.2.2</sub>), subjek menuliskan serta menyebutkan yang diketahui pada soal nomor 2 dengan menggunakan bahasanya sendiri. Namun, subjek kurang lengkap dalam menyebutkan informasi apa yang ditanyakan yaitu “waktu tiba kembali di Pos Ranu Pani pada pukul 11.00 (sebelas siang)”. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu mengungkapkan kembali sebagian masalah dengan menggunakan kalimatnya sendiri.

- 3) Mencari hubungan antara bahasa masalah dengan simbol dan bahasa formal matematika

Berdasarkan gambar 4.5 dan hasil wawancara pada transkrip (P<sub>3.3.1</sub>:S<sub>3.3.1</sub>) terlihat bahwa subjek menyebutkan simbol variabel  $x$  untuk permasalahan persegi panjang dan variabel  $y$  untuk permasalahan segi-enam. Sedangkan pada gambar 4.6 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>3.3.2</sub>:S<sub>3.3.2</sub>) subjek dapat menyebutkan kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik dengan bahasa formal matematika yaitu  $2 \times 1,5 \text{ km/jam} = 3 \text{ km/jam}$ . Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menyebutkan kata-kata atau kalimat yang terdapat dalam masalah dengan bahasa formal matematika maupun simbol matematika.

- 4) Mencari keteraturan hubungan dan pola yang berkaitan dengan masalah

Berdasarkan gambar 4.5 dan hasil wawancara pada transkrip (P<sub>3.4.1</sub>:S<sub>3.5.1</sub>) dapat dilihat bahwa subjek mampu menunjukkan cara memperoleh jawaban pada soal nomor 1 dengan memodelkan matematika yang sesuai pada tower yang diketahui. Selanjutnya, untuk mencari nilai  $x$  dan  $y$  dari kedua persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi dan substitusi. Selain itu, pada soal nomor 2 dapat dilihat pada gambar 4.6 dan hasil wawancara transkrip (P<sub>3.4.2</sub>:S<sub>3.4.2</sub>) dimana rencana subjek dalam menentukan jarak dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani yaitu 18 km – 9 km. Sehingga diperoleh jawaban jarak saat turun yaitu sebesar 9 km. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menunjukkan cara memperoleh jawaban melalui model matematika maupun bahasa formal matematika serta disertai dengan penjelasan.

- 5) Menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika

Berdasarkan gambar 4.5 Subjek menuliskan model matematika  $3x + 3y = 21$  sebagai persamaan pertama dan  $2x + 3y = 19$  sebagai persamaan kedua. Sedangkan pada gambar 4.6 subjek menuliskan model matematika dengan rumus jarak dibagi kecepatan untuk mencari waktu mendaki maupun saat waktu turun. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menuliskan model matematika pada soal nomor 1 dan nomor 2.



**Tabel 4.3**  
**Hasil Analisis Proses Matematisasi Horizontal**  
**Subjek S<sub>3</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA**

Tahapan Aktivitas	Indikator Matematisasi Horizontal	Hasil Analisis	
		Soal No 1	Soal No 2
Mengidentifikasi konsep matematika yang relevan dengan masalah	Menyebutkan dan mengungkapkan konsep matematika yang relevan dengan masalah kontekstual	Subjek S <sub>3</sub> mampu menyebutkan dan memahami konsep eliminasi dan substitusi	Subjek S <sub>3</sub> mampu menyebutkan dan memahami konsep kecepatan, jarak, dan waktu
Merepresentasikan masalah dengan berbagai cara yang berbeda	Mengungkapkan kembali masalah dengan menggunakan kalimatnya sendiri.	Subjek S <sub>3</sub> menyebutkan informasi yang diketahui dan ditanya pada soal secara tertulis maupun hasil wawancara tidak secara rinci dan jelas	Subjek S <sub>3</sub> menyebutkan informasi yang diketahui dan ditanya pada soal secara tertulis maupun hasil wawancara tidak secara rinci dan jelas
Mencari hubungan antara bahasa masalah dengan simbol dan bahasa formal matematika	Menyebutkan kata-kata atau kalimat yang terdapat dalam masalah dengan bahasa formal matematika maupun simbol matematika	Subjek S <sub>3</sub> menyebutkan kata persegi panjang dengan permisalan simbol variabel $x$ dan segi-enam dengan simbol	Subjek S <sub>3</sub> menyebutkan kalimat “kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik” dengan bahasa formal matematika

		variabel y	yaitu $2 \times 1,5$ km/jam
Mencari keteraturan hubungan dan pola yang berkaitan dengan masalah	Menunjukkan cara memperoleh jawaban melalui visualisasi berupa gambar atau model serta disertai dengan penjelasan	Subjek S <sub>3</sub> menunjukkan cara memperoleh jawaban dengan memodelkan matematika	Subjek S <sub>3</sub> menunjukkan cara memperoleh jarak pulang dari Ranu Kumbolo yaitu $18 - 9 = 9$ km
Menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika	Menuliskan model matematika	Subjek S <sub>3</sub> menuliskan model matematika pada Persamaan I $3x + 3y = 21$ Persamaan II $2x + 3y = 19$	Subjek S <sub>3</sub> menuliskan model matematika dengan rumus waktu saat mendaki/turun $= \frac{\text{Jarak}(d)}{\text{Kecepatan}(v)}$

## B. Proses Matematisasi Vertikal Siswa dalam Menyelesaikan Soal PISA

Berikut ini deskripsi dan analisis data hasil penelitian proses matematisasi vertikal subjek S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, dan S<sub>3</sub> dalam menyelesaikan soal PISA.

### 1. Subjek S<sub>1</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA

#### a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek S<sub>1</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 1

1. a. Tiga? Persoal panjang adalah Informasi persamaannya yang ditulis adalah Tiga 2 persoal panjang R 1 Persoal Sesi. Eam

d. Eliminasi & Substitusi

6 Misal : 1 persoal panjang = 9  
1 Sesi. Eam. = 2x

diket :  $3x + 2y = 21$   
 $3x + 2y = 19$   
dikur :  $1x + 2y = ?$   
Jumlah :  $3x + 3y = 21$   
 $= 3x + 2y = 19$   
 $=$   
 $y = 2$

$3x + 2(2) = 19$   
 $3x + 4 = 19$   
 $3x = 19 - 4$   
 $x = 15$   
 $x = 5$

$1x + 2y = ?$   
 $1(5) + 2(2) =$   
 $5 + 4 = 9$

d. Menurut Saya Jawaban Sudah Benar Karena Pertanya Jawab Segitiga Belas Untuk Rombus 11 dan 2 Rombus

Gambar 4.7

**Jawaban S<sub>1</sub> dalam mengerjakan soal no 1**

Berdasarkan gambar 4.7, terlihat bahwa S<sub>1</sub> menuliskan beberapa model matematika yang digunakan untuk menentukan nilai dari variabel y dan variabel x. Subjek S<sub>1</sub> mampu menentukan nilai dari variabel y dengan menggunakan eliminasi. S<sub>1</sub> mengeliminasi persamaan satu dan persamaan dua dengan algoritma penyelesaian pengurangan. Kemudian, subjek S<sub>1</sub> menggunakan nilai dari variabel y = 2 untuk disubstitusikan ke persamaan  $3x + 2y = 19$ , sehingga diperoleh nilai x = 5. Terakhir, subjek S<sub>1</sub> mensubstitusikan nilai x = 5 dan y = 2 ke dalam persamaan  $x + 2y$  untuk menemukan solusi dari tinggi tower yang pendek dengan hasil 9 m.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas, dilakukan wawancara untuk mengetahui lebih dalam tentang proses matematisasi vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA. Berikut cuplikan hasil transkrip wawancara kepada subjek S<sub>1</sub>:

- P<sub>1.1.1</sub> : Apakah yakin dengan model matematika yang sudah Anda buat?
- S<sub>1.1.1</sub> : Yakin, kak.
- P<sub>1.2.1</sub> : Bagaimana cara Anda untuk menyelesaikan masalah pada persoalan tersebut?
- S<sub>1.2.1</sub> : Saya eliminasi persamaan 1 dan 2 untuk mencari nilai  $y$ . Setelah itu, saya mensubstitusikan nilai  $y$  ke salah satu persamaan untuk mencari nilai  $x$ .
- P<sub>1.3.1</sub> : Apakah ada model matematika yang direvisi?
- S<sub>1.3.1</sub> : Tidak ada, kak.
- P<sub>1.4.1</sub> : Bagaimana cara menggabungkan model matematika yang telah Anda buat untuk menemukan tinggi tower yang paling pendek?
- S<sub>1.4.1</sub> : Saya substitusikan nilai  $x = 5$  dan  $y = 2$ , ke persamaan  $x + 2y$ . Jadi,  $5 + 2(2) = 9$  m
- P<sub>1.5.1</sub> : Bagaimana kesimpulan Anda untuk menyelesaikan permasalahan tersebut?
- S<sub>1.5.1</sub> : Saya menyimpulkan bahwa untuk menghitung tinggi tower tersebut bisa diselesaikan dengan menggunakan konsep eliminasi dan substitusi.

Berdasarkan hasil wawancara transkrip S<sub>1.2.1</sub>, terlihat bahwa subjek S<sub>1</sub> mampu menyelesaikan permasalahan dengan cara eliminasi dan substitusi. Kemudian, pada transkrip S<sub>1.4.1</sub> subjek menggabungkan model matematika yang telah dibuat untuk menemukan solusi masalah pada tinggi tower yang paling pendek. Selanjutnya, subjek memberikan alasan dan kesimpulan mengenai permasalahan pada soal nomor 1. Dari jawaban tersebut, terlihat bahwa

subjek  $S_1$  mampu memformalisasi model matematika ke dalam penyelesaian masalah.

**b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek  $S_1$  dalam Menyelesaikan Soal no 2**

Diket : 9 km (Ranu Panu Sampai Ranu Kumbolo)  
 18 km (Total Jarak perjalanan)  
 11.00 (Target Kembali ke Ranu Panu)  
 1,5 km/jam (Perkiraan Estimasi Pendakian)  
 $1,5 \times 2 = 3 \text{ km/jam}$  (Perkiraan Estimasi Kembali ke Ranu Panu (kecepatan menjadi dua kali saat ketika turun))  
 ditanya: Waktu perjalanan dari Ranu Kumbolo = ? - 11.00  
 Jawab :  $18 - 9 = 9 \text{ km}$  (Jarak Jalar mendaki (mendaki))  
 $18 - 9 = 9 \text{ km}$  (Jarak Jalar menurun)  
 $\frac{9}{1,5} = 6 \text{ jam}$  (Estimasi Waktu mendaki)  
 $\frac{9}{3} = 3 \text{ jam}$  (Estimasi Waktu Turun)  
 $6 + 3 = 9 \text{ jam}$  (Waktu perjalanan dari Ranu Kumbolo)  
 $11.00 - 9 \text{ jam} = 02.00$  Waktu paling lambat berangkat  
 Jadi Waktu paling lambat Untuk Adi dan Rombongan adalah pukul 02.00

**Gambar 4.8**

**Jawaban  $S_1$  dalam mengerjakan soal no 2**

Berdasarkan jawaban tertulis di atas, terlihat bahwa subjek  $S_1$  menuliskan  $2 \times 1,5 \text{ km/jam} = 3 \text{ km/jam}$  sebagai kecepatan turun.  $S_1$  tidak menuliskan simbol matematika, seperti jarak dengan simbol  $s$  dan kecepatan dengan simbol  $v$ . Namun, ia dapat menentukan waktu mendaki maupun waktu turun dengan rumus jarak dibagi kecepatan.  $S_1$  menggunakan waktu mendaki dengan cara  $\frac{9}{1,5} = 6 \text{ jam}$  dan waktu turun yaitu  $\frac{9}{3} = 3 \text{ jam}$ . Kemudian, subjek  $S_1$  menjumlahkan waktu naik dan waktu turun, sehingga diperoleh nilai  $6 + 3 = 9 \text{ jam}$ . Terakhir,  $S_1$  menentukan waktu keberangkatan dari Ranu Kumbolo ke Ranu Panu yaitu pukul  $11.00 - 9 \text{ jam} = 02.00$  malam. Dari jawaban tersebut, subjek  $S_1$  kurang tepat dalam menjawab karena tidak menjumlahkan waktu istirahat dalam menyelesaikan permasalahan tersebut.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas, dilakukan wawancara untuk mengetahui lebih dalam tentang proses matematisasi vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA. Berikut cuplikan hasil transkrip wawancara kepada subjek S<sub>1</sub>:

P<sub>1.1.2</sub> : Bagaimana cara Anda untuk menyelesaikan masalah pada persoalan tersebut?

S<sub>1.1.2</sub> : Pertama, saya mencari waktu naik dengan cara  $\frac{9}{1,5} = 6$  jam dan waktu turun  $= \frac{9}{3} = 3$  jam. Lalu, saya jumlahkan  $6 + 3 = 9$  jam.

P<sub>1.2.2</sub> : Apakah ada model matematika yang Anda revisi agar sesuai pada persoalan tersebut?

S<sub>1.2.2</sub> : Tidak ada kak.

P<sub>1.3.2</sub> : Bagaimana cara Anda untuk menemukan waktu keberangkatan agar sampai pukul 11.00?

S<sub>1.3.2</sub> : Saya sudah menemukan total lama perjalanan yaitu 9 jam, kemudian pukul 11.00 itu dikurangi 9 jam. Sehingga, diperoleh  $11.00 - 9 \text{ jam} = 02.00$

P<sub>1.4.2</sub> : Apakah waktu istirahat yang ada disoal tersebut tidak Anda gunakan untuk menyelesaikannya?

S<sub>1.4.2</sub> : Ohya kak, saya lupa maaf. Berarti, waktu yang 9 jam itu dijumlahkan dengan waktu istirahat ya kak.

P<sub>1.5.2</sub> : Iya, terus bagaimana?

S<sub>1.5.2</sub> : Jadi,  $9 + 4 = 13$  jam. Lalu, pukul 11.00 – 13 jam = 22.00 malam waktu keberangkatan.

P<sub>1.6.2</sub> : Ya betul. Bagaimana kesimpulan yang Anda dapat untuk menyelesaikan permasalahan tersebut?

S<sub>1.6.2</sub> : Dapat saya simpulkan bahwa cara untuk menghitung waktu naik dan waktu turun

bisa menggunakan rumus jarak dibagi kecepatan.

Berdasarkan hasil wawancara transkrip S<sub>1.1.2</sub>, terlihat bahwa subjek S<sub>1</sub> mampu menyelesaikan permasalahan dengan cara mencari waktu naik atau mendaki yaitu  $\frac{9}{1,5} = 6$  jam dan waktu turun  $= \frac{9}{3} = 3$  jam. Lalu, waktu tersebut dijumlahkan sehingga diperoleh waktu 9 jam. Kemudian, pada transkrip S<sub>1.3.2</sub> subjek menemukan waktu keberangkatan agar tiba pukul 11.00 siang dengan cara yaitu pukul 11.00 siang dikurangi 9 jam. Sehingga, diperoleh pukul 02.00 pagi. Namun, pada transkrip wawancara (P<sub>1.4.2</sub>:S<sub>1.5.2</sub>) subjek melakukan revisi yaitu jumlah 9 jam tersebut dijumlahkan dengan waktu istirahat sebesar 4 jam. Jadi, jumlah seluruh waktu yang dibutuhkan yaitu 13 jam. Lalu, pukul 11.00 – 13 jam = 22.00 malam waktu keberangkatan agar tiba di Ranu Pani pukul 11.00 siang. Selanjutnya, subjek memberikan alasan dan kesimpulan mengenai permasalahan pada soal nomor 1. Dari jawaban tersebut, terlihat bahwa subjek S<sub>1</sub> mampu memformalisasi model matematika ke dalam penyelesaian masalah.

**c. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek S<sub>1</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2**

Berdasarkan hasil deskripsi jawaban tertulis dan wawancara dengan subjek S<sub>1</sub>, berikut hasil analisis proses matematisasi vertikal subjek S<sub>1</sub> dalam menyelesaikan soal PISA.

- 1) Menggunakan berbagai representasi matematis yang berbeda

Berdasarkan gambar 4.7, subjek S<sub>1</sub> menuliskan model matematika  $3x + 3y = 21$  dan  $3x + 2y = 19$  yang menunjukkan susunan dari masing-masing tower yang berbentuk persegi panjang dan segi-enam. Sedangkan pada gambar 4.8 menunjukkan bahwa subjek menuliskan  $2 \times 1,5 = 3$  km/jam sebagai kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik.

Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menggunakan berbagai representasi dengan cara menuliskan beberapa model matematika yang menunjukkan atau mendeskripsikan masalah.

- 2) Menggunakan simbol, bahasa dan proses matematika yang lebih formal

Berdasarkan gambar 4.7 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>1.2.1</sub>:S<sub>1.2.1</sub>), subjek menyelesaikan permasalahan dengan cara mengeliminasi persamaan  $3x + 3y = 21$  dan  $3x + 2y = 19$  untuk mencari nilai  $y$ . Kemudian, untuk mencari nilai  $x$  menggunakan metode substitusi. Sedangkan pada soal nomor 2 dapat dilihat pada gambar 4.8 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>1.1.2</sub>:S<sub>1.1.2</sub>), subjek menyelesaikan permasalahan tersebut dengan cara mencari waktu naik atau mendaki. Lalu waktu naik dan waktu turun dijumlahkan untuk mencari jumlah seluruh waktu yang dibutuhkan. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menggunakan simbol matematika, bahasa matematika, dan dengan algoritma penyelesaian.

- 3) Melakukan penyesuaian dan pengembangan model matematika, mengombinasikan dan menggabungkan berbagai model

Berdasarkan gambar 4.7 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>1.3.1</sub>:S<sub>1.4.1</sub>), subjek menggabungkan model matematika yang telah dibuat dengan menggunakan metode substitusi nilai  $x$  dan nilai  $y$  ke persamaan  $x + 2y$  untuk menemukan solusi masalah pada tinggi tower yang paling pendek. Sedangkan pada gambar 4.8 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>1.4.2</sub>:S<sub>1.5.2</sub>) subjek melakukan revisi yaitu jumlah waktu 9 jam tersebut dijumlahkan dengan waktu istirahat sebesar 4 jam. Jadi, jumlah seluruh waktu yang dibutuhkan yaitu 13 jam. Lalu, pukul 11.00 – 13 jam = 22.00 malam waktu keberangkatan agar tiba di Ranu Pani pukul 11.00 siang. Sehingga hasil analisis dari



subjek adalah mampu menggabungkan model matematika yang telah dibuat untuk menemukan solusi dari masalah.

4) Membuat argumentasi matematis

Berdasarkan gambar 4.7, subjek memberikan alasan bahwa untuk menemukan solusi pada nomor 1 bisa menggunakan konsep SPLDV metode eliminasi dan substitusi. Sedangkan pada gambar 4.8 Subjek  $S_1$  mampu memberikan alasan bahwa untuk menemukan solusinya bisa menggunakan konsep dari kecepatan. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu membuat dan memberikan argumentasi matematis yang logis.

5) Menggeneralisasikan

Berdasarkan gambar 4.7 dan hasil transkrip wawancara ( $P_{1.5.1}:S_{1.5.1}$ ), subjek memberikan kesimpulan bahwa untuk menghitung tinggi tower yang pendek dengan materi SPLDV konsep eliminasi dan substitusi. Sedangkan pada gambar 4.8 dan hasil transkrip wawancara ( $P_{1.6.2}:S_{1.6.2}$ ), subjek memberikan kesimpulan bahwa untuk menghitung waktu naik dan waktu turun bisa menggunakan rumus jarak dibagi kecepatan. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menggeneralisasikan dengan membuat suatu kesimpulan.

**Tabel 4.4**

**Hasil Analisis Proses Matematisasi Vertikal Subjek  $S_1$  dalam Menyelesaikan Soal PISA**

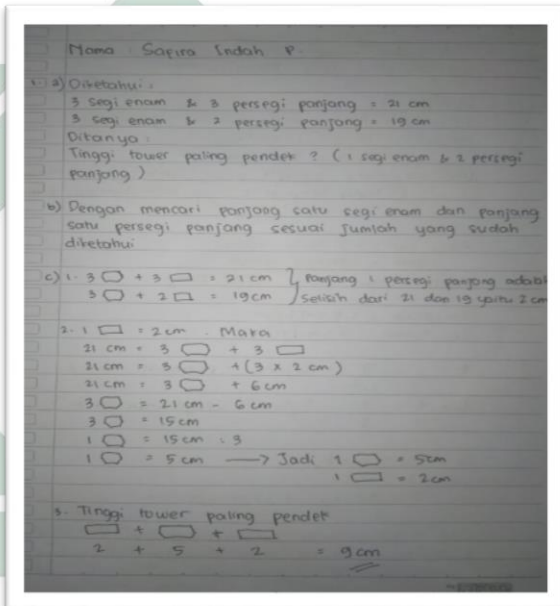
Tahapan Aktivitas	Indikator Matematisasi Vertikal	Hasil Analisis	
		Soal No 1	Soal No 2
Menggunakan berbagai representasi matematis yang	Menuliskan beberapa model matematika yang	Subjek $S_1$ mampu menuliskan model matematika	- Subjek $S_1$ menuliskan $2 \times 1,5 = 3$ km/jam sebagai kecepatan turun

berbeda	menunjukkan atau mendeskripsikan masalah	$3x + 3y = 21$ $3x + 2y = 19$ yang menunjukkan susunan dari masing-masing tower yang telah diketahui	dua kali lebih cepat dari kecepatan naik - Subjek $S_1$ tidak menuliskan simbol matematika, jarak dengan simbol $s$ dan kecepatan simbol $v$
Menggunakan simbol, bahasa dan proses matematika yang lebih formal	Menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menggunakan simbol matematika, bahasa matematika, dan dengan algoritma penyelesaian.	Subjek $S_1$ mengeliminasi $3x + 3y = 21$ $3x + 2y = 19$ untuk menentukan nilai dari $y$ . Nilai $y = 2$ disubstitusikan ke persamaan $3x + 2y = 19$ , sehingga diperoleh nilai $x = 5$	Secara tertulis, subjek $S_1$ menyelesaikan waktu mendaki dengan cara $= \frac{9}{1,5} = 6$ jam dan waktu turun $= \frac{9}{3} = 3$ Kemudian dijumlahkan waktunya menjadi $6 + 3 = 9$ jam
Melakukan penyesuaian dan pengembangan model matematika, mengombinasikan dan menggabungkan berbagai model	- Menggabungkan model matematika yang telah dibuat untuk menemukan solusi dari masalah - Membuat model	- Subjek $S_1$ mensubstitusikan nilai $x = 5$ dan $y = 2$ ke dalam persamaan $x + 2y$ untuk menemukan tinggi tower yang pendek dengan hasil	- Subjek $S_1$ menggabungkan jumlah waktu yang dibutuhkan sebesar 9 jam dengan pukul 11.00 untuk menemukan waktu keberangkatan

	matematika kemudian merevisinya agar sesuai dengan masalah	sebesar 9 m - Subjek S <sub>1</sub> tidak merevisi model matematika yang telah dibuat	yaitu pukul 11.00 – 9 = 02.00 - Pada saat wawancara, Subjek S <sub>1</sub> merevisi jumlah waktu yang dibutuhkan menjadi $= 6 + 3 + 4 = 13$ jam
Membuat argumentasi matematis	- Memberikan argumen yang logis. - Memberikan alasan untuk menunjukkan bahwa pernyataan yang diberikan sebagai jawaban benar	Subjek S <sub>1</sub> mampu memberikan alasan bahwa untuk menemukan solusinya bisa menggunakan konsep dari eliminasi dan substitusi	Subjek S <sub>1</sub> mampu memberikan alasan bahwa untuk menemukan solusinya bisa menggunakan konsep dari kecepatan
Menggeneralisasikan	- Menggunakan fakta dari masalah yang diberikan dengan membuat suatu masalah yang serupa - Membuat pernyataan umum	Subjek S <sub>1</sub> menyimpulkan dapat menghitung tinggi tower yang pendek dengan materi SPLDV konsep eliminasi dan substitusi	Subjek S <sub>1</sub> tidak tepat dalam proses penyelesaian masalah, maka S <sub>1</sub> tidak mampu melakukan generalisasi

## 2. Subjek S<sub>2</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA

### a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek S<sub>2</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 1



**Gambar 4.9**

### Jawaban S<sub>2</sub> dalam mengerjakan soal no 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas, terlihat bahwa S<sub>2</sub> menuliskan beberapa model matematika yang digunakan untuk menentukan nilai dari  $\square$  dan  $\square$  lalu, subjek mampu menentukan nilai  $\square$  dengan cara menggunakan algoritma pengurangan yaitu  $21 - 19 = 2$ . Kemudian, subjek S<sub>2</sub> menggunakan nilai =2 tersebut untuk dimasukkan ke dalam bentuk model matematika  $3\square + 3\square = 21 \text{ cm}$ , sehingga diperoleh nilai dari  $\square = 5$ . Subjek S<sub>2</sub> menjumlahkan nilai dari

$\square + \hexagon + \square = 2 + 5 + 2 = 9$  sebagai jawaban dari tinggi tower yang paling pendek sebesar 9 cm. Berikut cuplikan hasil transkrip wawancara kepada subjek  $S_2$ :

$P_{2.1.1}$  : Bagaimana cara Anda untuk menyelesaikan masalah pada persoalan tersebut?

$S_{2.1.1}$  : Pertama, mencari nilai  $\square$  dengan cara  $21 - 19 = 2$ . Lalu, saya masukkan nilai tersebut ke dalam persamaan  $3\square + 3\hexagon = 21$ . Sehingga diperoleh nilai  $\hexagon = 5$

$P_{2.2.1}$  : Bagaimana cara menggabungkan model matematika yang telah Anda buat untuk menemukan tinggi tower yang paling pendek?

$S_{2.2.1}$  : Saya jumlahkan dua persegi panjang dengan sebuah segi-enam sehingga diperoleh tinggi 9 cm.

$P_{2.3.1}$  : Sekarang coba liat jawabanmu, mengapa tingginya 9 cm?

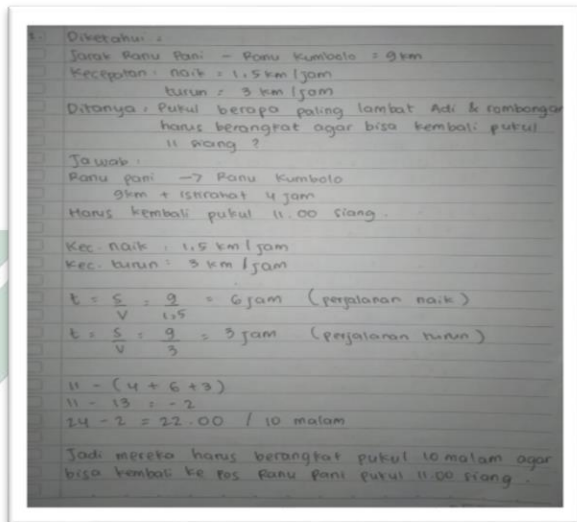
$S_{2.3.1}$  : Iya ini salah tulis kak, seharusnya 9 meter.

$P_{2.4.1}$  : Mengapa Anda yakin dengan jawaban tersebut?

$S_{2.4.1}$  : Iya yakin karena saya sudah periksa jawaban ini berulang kali dan saya menalar dalam menjawab.

Berdasarkan transkrip wawancara  $S_{2.1.1}$ , terlihat bahwa subjek  $S_2$  menyelesaikan permasalahan dengan tepat. Kemudian pada transkrip ( $P_{2.2.1}$ : $S_{2.3.1}$ ), subjek menggabungkan model matematika yang telah dibuat untuk menemukan tinggi tower yang paling pendek dengan cara menjumlahkan dua persegi panjang dengan sebuah segi-enam sehingga diperoleh tinggi 9m. Dari jawaban tersebut, Subjek  $S_2$  mampu memformalisasikan model matematika ke dalam penyelesaian masalah dengan cara menalar.

**b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek S<sub>2</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 2**



**Gambar 4.10**

**Jawaban S<sub>2</sub> dalam mengerjakan soal no 2**

Berdasarkan jawaban tertulis di atas, terlihat bahwa subjek S<sub>2</sub> menuliskan simbol matematika, seperti jarak dengan simbol  $s$  dan kecepatan dengan simbol  $v$ . S<sub>2</sub> menggunakan waktu mendaki dengan cara  $t = \frac{s}{v} = \frac{9}{1,5} = 6$  jam dan waktu turun yaitu  $t = \frac{s}{v} = \frac{9}{3} = 3$  jam. Kemudian, subjek S<sub>2</sub> menjumlahkan waktu naik, waktu turun, dan waktu istirahat sehingga diperoleh nilai  $6 + 3 + 4 = 13$  jam. Terakhir, subjek S<sub>2</sub> menentukan waktu keberangkatan dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani yaitu  $11.00 - 13$  jam, sehingga diperoleh hasil pukul 22.00 malam. Berikut cuplikan hasil transkrip wawancara kepada subjek S<sub>2</sub>:

P<sub>2.1.2</sub> : Bagaimana cara Anda untuk menyelesaikan masalah pada persoalan tersebut?

- S<sub>2.1.2</sub> : Hitung waktu naik dengan cara  $\frac{9}{1,5} = 6$   
 B jam dan waktu turun  $\frac{9}{3} = 3$  jam. Lalu, dijumlah dengan waktu istirahat menjadi  $6 + 3 + 4 = 13$  jam
- P<sub>2.2.2</sub> : Apakah ada model matematika yang Anda revisi agar sesuai pada persoalan tersebut?
- S<sub>2.2.2</sub> : Tidak ada
- P<sub>2.3.2</sub> : Bagaimana cara Anda untuk menemukan waktu keberangkatan agar sampai pukul 11.00?
- S<sub>2.3.2</sub> : Pukul 11.00–13 jam = -2 jam, lalu dalam 1 hari itu 24 jam. Maka,  $24.00 - 2$  jam = 22.00 malam
- P<sub>2.4.2</sub> : Mengapa Anda yakin dengan jawaban yang sudah Anda tulis tersebut?
- S<sub>2.4.2</sub> : Karena, saya memahami maksud dari soal tersebut dan saya menyelesaikannya dengan menggunakan rumus konsep dari kecepatan, jarak, dan waktu.
- P<sub>2.5.2</sub> : Bagaimana kesimpulan yang Anda dapat untuk menyelesaikan permasalahan tersebut?
- S<sub>2.5.2</sub> : Solusi permasalahan tersebut harus berangkat pukul 22.00 malam, agar bisa sampai ke Ranu Pani pukul 11.00 siang. Sebelumnya hitung terlebih dahulu berapa jam waktu yang dilalui Adi saat mendaki maupun saat turun.

Berdasarkan hasil wawancara transkrip S<sub>2.1.2</sub>, terlihat bahwa subjek S<sub>2</sub> mampu menyelesaikan permasalahan dengan cara mencari waktu naik yaitu  $\frac{9}{1,5} = 6$  jam dan waktu turun  $= \frac{9}{3} = 3$  jam. Lalu, waktu naik dan turun tersebut dijumlahkan dengan waktu istirahat. Sehingga diperoleh jumlah waktu yang dibutuhkan sebesar 13 jam. Kemudian, pada transkrip

(P<sub>2.2.2</sub>:S<sub>2.3.2</sub>) subjek tidak merevisi model matematika tersebut, subjek menemukan waktu keberangkatan agar tiba pukul 11.00 siang dengan cara yaitu pukul 11.00 itu dikurangi 13 jam. Sehingga, diperoleh pukul 22.00 malam. Selanjutnya, subjek memberikan alasan dan kesimpulan bahwa Ali harus berangkat pukul 22.00 malam agar tiba di Ranu Pani pukul 11.00 siang. Dari jawaban tersebut, terlihat bahwa subjek S<sub>1</sub> mampu memformalisasi model matematika ke dalam penyelesaian masalah.

**c. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek S<sub>2</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2**

Berdasarkan hasil deskripsi jawaban tertulis dan wawancara dengan subjek S<sub>2</sub>, berikut hasil analisis proses matematisasi vertikal subjek S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal PISA.

- 1) Menggunakan berbagai representasi matematis yang berbeda

Berdasarkan gambar 4.9, subjek S<sub>2</sub> menuliskan model matematika  $3 \square + 3 \diamond = 21$  dan  $2 \square + 3 \diamond = 19$  menunjukkan susunan dari masing-masing tower yang berbentuk persegi panjang dan segi-enam. Sedangkan pada gambar 4.10 menunjukkan bahwa subjek menuliskan  $2 \times 1,5 = 3$  km/jam sebagai kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik.

Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menggunakan berbagai representasi dengan cara menuliskan beberapa model matematika yang menunjukkan atau mendeskripsikan masalah.

- 2) Menggunakan simbol, bahasa dan proses matematika yang lebih formal

Berdasarkan gambar 4.9 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>2.2.1</sub>:S<sub>2.2.1</sub>), subjek menyelesaikan permasalahan dengan cara mengurangi tinggi tower 21 dengan 19 meter. Sehingga diperoleh tinggi persegi panjang sebesar 2 meter. Kemudian mencari nilai segi-



enam dengan cara memasukkan ke dalam salah satu persamaan. Sedangkan pada soal nomor 2 dapat dilihat pada gambar 4.10 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>2.1.2</sub>:S<sub>2.1.2</sub>), subjek menyelesaikan permasalahan tersebut dengan cara mencari waktu naik atau mendaki. Lalu waktu naik dan waktu turun dijumlahkan untuk mencari jumlah seluruh waktu yang dibutuhkan. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menggunakan simbol matematika, bahasa matematika, dan dengan algoritma penyelesaian.

- 3) Melakukan penyesuaian dan pengembangan model matematika, mengombinasikan dan menggabungkan berbagai model

Berdasarkan gambar 4.9 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>2.2.1</sub>:S<sub>2.2.1</sub>) subjek menggabungkan model matematika yang telah dibuat dengan memasukkan nilai persegi panjang dan nilai segienam ke persamaan  $\square + 2\square$  untuk menemukan solusi masalah pada tinggi tower yang paling pendek. Sedangkan pada gambar 4.10 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>2.2.2</sub>:S<sub>2.3.2</sub>), subjek tidak melakukan revisi. Subjek S<sub>2</sub> menemukan waktu keberangkatan agar sampai di Ranu Pani yaitu dengan cara mengurangi pukul 11.00 siang dengan jumlah seluruh waktu yang dibutuhkan sebesar 13 jam. Jadi, diperoleh waktu keberangkatan yaitu pukul 22.00 malam. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menggabungkan model matematika yang telah dibuat untuk menemukan solusi dari masalah.

- 4) Membuat argumentasi matematis

Berdasarkan gambar 4.9, subjek memberikan alasan bahwa untuk menemukan solusi pada nomor 1 bisa menggunakan penalaran. Sedangkan pada gambar 4.10 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>2.4.2</sub>:S<sub>2.4.2</sub>) Subjek S<sub>2</sub> mampu memberikan alasan bahwa untuk

menemukan solusinya bisa menggunakan konsep dari kecepatan. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu membuat dan memberikan argumentasi matematis yang logis.

5) Menggeneralisasikan

Berdasarkan gambar 4.9, subjek memberikan kesimpulan bahwa untuk menghitung tinggi tower yang pendek dengan menggunakan konsep menalar. Sedangkan pada gambar 4.10 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>2.5.2</sub>:S<sub>2.5.2</sub>), subjek memberikan kesimpulan bahwa untuk menemukan solusi permasalahan bisa menghitung terlebih dahulu waktu naik dan waktu turun dengan menggunakan rumus jarak dibagi kecepatan. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menggeneralisasikan dengan membuat kesimpulan.

**Tabel 4.5**

**Hasil Analisis Proses Matematisasi Horizontal  
Subjek S<sub>2</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA**

Tahapan Aktivitas	Indikator Matematisasi Vertikal	Hasil Analisis	
		Soal No 1	Soal No 2
Menggunakan berbagai representasi matematis yang berbeda	Menuliskan beberapa model matematika yang menunjukkan atau mendeskripsikan masalah	Subjek S <sub>2</sub> mampu menuliskan model matematika $3 \square + 3 \diamond = 21$ $2 \square + 3 \diamond = 19$	Subjek S <sub>2</sub> mampu menuliskan simbol matematika, jarak (s) kecepatan (v)
Menggunakan simbol, bahasa dan proses matematika yang	Menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menggunakan simbol	Subjek S <sub>2</sub> menyelesaikan nilai dari $\square$ dengan cara $21 - 19 = 2$ serta untuk	Subjek S <sub>2</sub> menyelesaikan waktu mendaki dengan cara

lebih formal	matematika, bahasa matematika, dan dengan algoritma penyelesaian.	nilai $\square = 5$ dengan cara memasukkan ke persamaan $3\square + 3\bigcirc = 21$	$= \frac{9}{1,5} = 6$ jam dan waktu turun $= \frac{9}{3} = 3$ Lalu, dijumlah dengan waktu istirahat = $6 + 3 + 4 = 13$ jam
Melakukan penyesuaian dan pengembangan model matematika, mengombinasikan dan menggabungkan berbagai model	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Menggabungkan model matematika yang telah dibuat untuk menemukan solusi dari masalah</li> <li>- Membuat model matematika kemudian merevisinya agar sesuai dengan masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Subjek S<sub>2</sub> memasukkan nilai <math>\square = 2</math> dan <math>\bigcirc = 5</math> ke dalam persamaan <math>\bigcirc + 2\square</math> untuk menemukan tinggi tower yang pendek dengan hasil sebesar 9 m</li> <li>- Subjek S<sub>2</sub> tidak merevisi model matematika</li> </ul>	<p>Subjek S<sub>2</sub> menggabungkan jumlah waktu sebesar 13 jam dengan pukul 11.00 untuk menemukan waktu keberangkatan yaitu pukul 11.00 – 13 = 22.00 malam</p> <p>- Subjek S<sub>2</sub> tidak merevisi model matematika</p>
Membuat argumentasi matematis	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Memberikan argumen yang logis.</li> <li>- Memberikan alasan untuk menunjukkan</li> </ul>	Subjek S <sub>2</sub> mampu memberikan alasan bahwa untuk menemukan	Subjek S <sub>2</sub> mampu memberikan alasan bahwa untuk menemukan

	bahwa pernyataan yang diberikan sebagai jawaban benar	solusinya bisa menggunakan penalaran pada gambar	solusinya bisa menggunakan konsep dari kecepatan
Menggenera lisasikan	- Menggunakan fakta dari masalah yang diberikan dengan membuat suatu masalah yang serupa	Subjek S <sub>2</sub> menyimpulkan dapat menghitung tinggi tower yang pendek dengan menalaranya	Subjek S <sub>2</sub> menyimpulkan dapat menghitung waktu yang dibutuhkan dengan rumus $t = \frac{s}{v}$

### 3. Subjek S<sub>3</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA

#### a. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek S<sub>3</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 1

Informasi tinggi 2 tower  
 yang ditunjukkan adalah tinggi tower ke-2

1) menghitung sendiri dan tulis jawaban yang ada pada ke-2 tower ke-2 lalu akan diketahui tinggi setiap bangun (persegi panjang & segit. siku)

2) Tower-1 = 2 persegi panjang + 3 segit. siku  
 $(2x + 3y)$   
 Tower-2 = 2 persegi panjang + 3 segit. siku  
 $(2x + 3y)$

$$\begin{array}{r} 3x + 3y = 21 \\ 2x + 3y = 12 \\ \hline 1x = 9 \\ x = 9 \end{array}$$

$3x + 3y = 21$   
 $3(9) + 3y = 21$   
 $27 + 3y = 21$   
 $3y = 21 - 27$   
 $3y = -6$   
 $y = \frac{-6}{3} = -2$

tinggi tower 2 =  
 $2 \text{ persegi panjang} + 3 \text{ segit. siku}$   
 $= 2(9) + 3$   
 $= 18 + 3$   
 $= 21 \text{ m}$

3) Setelah mencari S<sub>3</sub> sudah mempelajari & menghitung untuk menjawab ke-2 tower dan berapapun S<sub>3</sub>

**Gambar 4.11**  
**Jawaban S<sub>3</sub> dalam mengerjakan soal no 1**

Berdasarkan jawaban tertulis di atas, terlihat bahwa  $S_3$  mampu menentukan nilai dari variabel  $x$  dengan menggunakan eliminasi. Kemudian, subjek  $S_3$  menggunakan nilai dari variabel  $x = 2$  untuk disubstitusikan ke persamaan  $3x + 3y = 21$ , sehingga diperoleh nilai dari  $y = 5$ . Terakhir, subjek  $S_3$  mensubstitusikan nilai  $x = 2$  dan  $y = 5$  ke dalam persamaan  $2x + y = 2(2) + 5 = 9$  m yang merupakan nilai dari tinggi tower ketiga. Berikut cuplikan hasil transkrip wawancara kepada subjek  $S_3$ :

P<sub>3.1.1</sub> : Bagaimana cara Anda untuk menyelesaikan masalah pada persoalan tersebut?

S<sub>3.1.1</sub> : Mengeliminasi kedua persamaan untuk mencari nilai  $x$ . Lalu, nilai  $x$  disubstitusikan ke salah satu persamaan untuk mencari nilai  $y$ .

P<sub>3.2.1</sub> : Apakah ada model matematika yang direvisi?

S<sub>3.2.1</sub> : Tidak ada, kak.

P<sub>3.3.1</sub> : Bagaimana cara Anda menggabungkan model matematika untuk menemukan solusi?

S<sub>3.3.1</sub> : Substitusikan nilai  $x$  dan  $y$  tadi ke persamaan  $x + 2y$ . Sehingga, diperoleh  $5 + 2(2) = 9$  m

P<sub>3.4.1</sub> : Apakah Anda sudah memeriksa jawaban Anda?

S<sub>3.4.1</sub> : Sudah kak.

P<sub>3.5.1</sub> : Bagaimana kesimpulan Anda untuk menyelesaikan permasalahan tersebut?

S<sub>3.5.1</sub> : Masalah tersebut bisa diselesaikan dengan menggunakan konsep eliminasi dan substitusi. Selain itu, bisa juga diselesaikan dengan cara menalar dari banyaknya gambar persegi panjang dan segi-enam pada tower, kak.

Berdasarkan hasil wawancara transkrip S<sub>3.1.1</sub>, terlihat bahwa subjek S<sub>3</sub> mampu menyelesaikan permasalahan dengan cara eliminasi dan substitusi. Kemudian, pada transkrip S<sub>3.3.1</sub> subjek menggabungkan model matematika yang telah dibuat untuk menemukan solusi masalah pada tinggi tower yang paling pendek. Selanjutnya, subjek memberikan alasan dan kesimpulan mengenai permasalahan pada soal nomor 1. Dari jawaban tersebut, terlihat bahwa subjek S<sub>3</sub> mampu memformalisasi model matematika ke dalam penyelesaian masalah.

**b. Deskripsi Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek S<sub>3</sub> dalam Menyelesaikan Soal no 2**

a) direkt = jarak (di) = 9 km  
 Jarak / Pusing (dz) = 9 km  
 kec. berangkat (V<sub>1</sub>) = 1,5 km/jam  
 kec. Pusing (V<sub>2</sub>) = 3 km/jam  
 ditanya = jam berangkat ?  
 Jawab:  
 lama mendaki =  $\frac{d_1}{V_1}$   
 $= \frac{9}{1,5}$   
 $= 6 \text{ jam}$   
 lama turun =  $\frac{d_2}{V_2}$   
 (Sasaran = 9 jam)  
 $= \frac{9}{3}$  jadi, untuk pusing pergi  
 $= 3 \text{ jam}$  bisa waktu 6j + 3j + 9j  
 $= 12 \text{ jam}$   
 jika harus sampai pukul 11.00 siang, maka berangkat mendakinya dimulai  
 Pukul 11.00 - 13 jam = Pukul 12.00 (seputuh malam)

**Gambar 4.12**

**Jawaban S<sub>3</sub> dalam mengerjakan soal no 2**

Berdasarkan jawaban tertulis di atas, terlihat bahwa subjek S<sub>3</sub> mampu menuliskan simbol matematika  $\frac{\text{jarak (d)}}{\text{kecepatan (v)}}$ . Subjek S<sub>3</sub> dapat merumuskan

dan menggunakan rumus waktu mendaki  $= \frac{d}{v} = \frac{9}{1,5} = 6$  jam dan waktu turun yaitu  $\frac{9}{3} = 3$  jam. Kemudian, subjek  $S_3$  dapat menemukan total waktu 13 jam. Dimana jumlah waktu tersebut digunakan untuk menentukan waktu keberangkatan dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani yaitu pukul 11.00 – 13 jam = 10.00 malam. Berikut cuplikan hasil transkrip wawancara kepada  $S_3$ :

P<sub>3.1.2</sub> : Bagaimana cara Anda untuk menyelesaikan masalah pada persoalan tersebut?

S<sub>3.1.2</sub> : Mencari waktu naik dengan cara  $\frac{9}{1,5} = 6$  jam, dan waktu turun  $= \frac{9}{3} = 3$  jam. Lalu, saya jumlah dengan waktu istirahat menjadi  $6 + 3 + 4 = 13$  jam.

P<sub>3.2.2</sub> : Apakah ada model matematika yang Anda revisi agar sesuai pada persoalan tersebut?

S<sub>3.2.2</sub> : Tidak ada kak.

P<sub>3.3.2</sub> : Bagaimana cara Anda untuk menemukan waktu keberangkatan agar sampai pukul 11.00?

S<sub>3.3.2</sub> : Pukul 11.00 siang – 13 jam = 10.00 malam.

P<sub>3.4.2</sub> : Bagaimana kesimpulan yang Anda dapat untuk menyelesaikan permasalahan tersebut?

S<sub>3.4.2</sub> : Solusi untuk menghitung waktu naik dan waktu turun bisa menggunakan rumus  $\frac{\text{jarak } (d)}{\text{kecepatan } (v)}$

Berdasarkan hasil wawancara transkrip  $S_{3.1.2}$ , terlihat bahwa subjek  $S_3$  mampu menyelesaikan permasalahan dengan cara mencari waktu naik atau mendaki yaitu  $\frac{9}{1,5} = 6$  jam dan waktu turun  $= \frac{9}{3} = 3$

jam. Lalu, waktu tersebut dijumlahkan dengan waktu istirahat sehingga diperoleh waktu 13 jam. Kemudian, pada transkrip  $S_{3.3.2}$  subjek menemukan waktu keberangkatan agar tiba pukul 11.00 siang dengan cara yaitu pukul 11.00 itu dikurangi 13 jam. Sehingga, diperoleh pukul 22.00 malam waktu keberangkatan agar tiba di Ranu Pani pukul 11.00 siang. Selanjutnya, subjek memberikan alasan dan kesimpulan mengenai permasalahan pada soal nomor 1. Dari jawaban tersebut, terlihat bahwa subjek  $S_3$  mampu memformalisasi model matematika ke dalam penyelesaian masalah.

**d. Analisis Data tentang Proses Matematisasi Vertikal Subjek  $S_3$  dalam Menyelesaikan Soal no 1 dan 2**

Berdasarkan hasil deskripsi jawaban tertulis dan wawancara dengan subjek  $S_3$ , berikut hasil analisis proses matematisasi vertikal subjek  $S_3$  dalam menyelesaikan soal PISA.

- 1) Menggunakan berbagai representasi matematis yang berbeda

Berdasarkan gambar 4.11, subjek  $S_3$  menuliskan model matematika  $3x + 3y = 21$  dan  $2x + 3y = 19$  yang menunjukkan susunan dari masing-masing tower yang berbentuk persegi panjang dan segi-enam. Sedangkan pada gambar 4.12 menunjukkan bahwa subjek menuliskan  $2 \times 1,5 = 3$  km/jam sebagai kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik.

Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menggunakan berbagai representasi dengan cara menuliskan beberapa model matematika yang menunjukkan atau mendeskripsikan masalah.

- 2) Menggunakan simbol, bahasa dan proses matematika yang lebih formal

Berdasarkan gambar 4.11 dan hasil transkrip wawancara ( $P_{3.1.1}; S_{3.1.1}$ ), subjek menyelesaikan permasalahan dengan cara mengeliminasi persamaan  $3x + 3y = 21$  dan  $2x + 3y = 19$  untuk mencari nilai  $x$ . Kemudian, untuk



mencari nilai  $y$  menggunakan metode substitusi. Sedangkan pada soal nomor 2 dapat dilihat pada gambar 4.12 dan hasil transkrip wawancara ( $P_{3.1.2}; S_{3.1.2}$ ), subjek menyelesaikan permasalahan tersebut dengan cara mencari waktu naik atau mendaki. Lalu waktu naik dan waktu turun dijumlahkan untuk mencari jumlah seluruh waktu yang dibutuhkan. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menyelesaikan masalah yang diberikan dengan menggunakan simbol matematika, bahasa matematika, dan dengan algoritma penyelesaian.

- 3) Melakukan penyesuaian dan pengembangan model matematika, mengombinasikan dan menggabungkan berbagai model

Berdasarkan gambar 4.11 dan hasil transkrip wawancara ( $P_{3.3.1}; S_{3.3.1}$ ) subjek menggabungkan model matematika yang telah dibuat dengan menggunakan metode substitusi nilai  $x$  dan  $y$  ke persamaan  $2x + y$  untuk menemukan solusi masalah pada tinggi tower yang paling pendek. Sedangkan pada gambar 4.12 dan hasil transkrip wawancara ( $P_{3.2.2}; S_{3.5.2}$ ), subjek  $S_3$  menemukan waktu keberangkatan agar sampai di Ranu Pani yaitu dengan cara mengurangi pukul 11.00 siang dengan jumlah seluruh waktu yang dibutuhkan sebesar 13 jam. Jadi, diperoleh waktu keberangkatan yaitu pukul 22.00 malam. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menggabungkan model matematika yang telah dibuat untuk menemukan solusi dari masalah.

- 4) Membuat argumentasi matematis

Berdasarkan gambar 4.11, subjek memberikan alasan bahwa untuk menemukan solusi pada nomor 1 bisa menggunakan konsep SPLDV metode eliminasi dan substitusi. Sedangkan pada gambar 4.12 Subjek  $S_1$  mampu memberikan alasan bahwa untuk menemukan

solusinya bisa menggunakan konsep dari kecepatan. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu membuat dan memberikan argumentasi matematis yang logis.

5) Menggeneralisasikan

Berdasarkan gambar 4.11 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>3.5.1</sub>:S<sub>3.5.1</sub>), subjek memberikan kesimpulan bahwa untuk menghitung tinggi tower yang pendek dengan materi SPLDV metode eliminasi dan substitusi serta bisa juga dengan menalar. Sedangkan pada gambar 4.12 dan hasil transkrip wawancara (P<sub>3.4.2</sub>:S<sub>3.4.2</sub>), subjek memberikan kesimpulan bahwa untuk menghitung waktu naik dan waktu turun bisa menggunakan rumus jarak dibagi kecepatan. Sehingga hasil analisis dari subjek adalah mampu menggeneralisasikan dengan membuat kesimpulan.

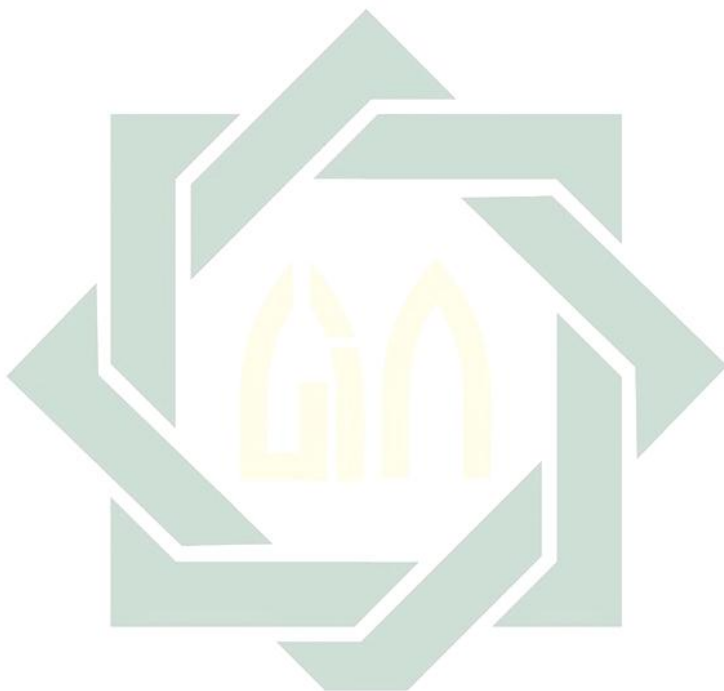
**Tabel 4.6**

**Hasil Analisis Proses Matematisasi Horizontal  
Subjek S<sub>3</sub> dalam Menyelesaikan Soal PISA**

Tahapan Aktivitas	Indikator Matematisasi Vertikal	Hasil Analisis	
		Soal No 1	Soal No 2
Menggunakan berbagai representasi matematis yang berbeda	Menuliskan beberapa model matematika yang menunjukkan atau mendeskripsikan masalah	Subjek S <sub>3</sub> mampu menuliskan model matematika $3x + 3y = 21$ $3x + 2y = 19$	Subjek S <sub>3</sub> mampu menuliskan simbol matematika, seperti jarak dengan simbol $d$ dan simbol $v$ sebagai kecepatan
Menggunakan simbol, bahasa	Menyelesaikan masalah	Subjek S <sub>3</sub> mengelimina	Subjek S <sub>3</sub> menyelesaikan

dan proses matematika yang lebih formal	yang diberikan dengan menggunakan simbol matematika, bahasa matematika, dan dengan algoritma penyelesaian.	si kedua persamaan untuk menentukan nilai dari x. Nilai x = 2 disubstitusikan ke persamaan $3x + 2y = 19$ , sehingga diperoleh nilai y = 5	waktu mendaki dengan cara $= \frac{9}{1,5} = 6$ jam dan waktu turun $= \frac{9}{3} = 3$ Kemudian dijumlahkan dengan waktu istirahat menjadi $6 + 3 + 4 = 13$ jam
Melakukan penyesuaian dan pengembangan model matematika, mengombinasikan dan menggabungkan berbagai model	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Menggabungkan model matematika yang telah dibuat untuk menemukan solusi dari masalah</li> <li>- Membuat model matematika kemudian merevisinya agar sesuai dengan masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Subjek S<sub>3</sub> mensubstitusikan nilai x = 2 dan y = 5 ke dalam persamaan <math>x + 2y</math> untuk menemukan tinggi tower yang pendek dengan hasil sebesar 9 m</li> <li>- Subjek S<sub>3</sub> tidak merevisi model matematika</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Subjek S<sub>3</sub> menggabungkan jumlah waktu yang dibutuhkan sebesar 9 jam dengan pukul 11.00 untuk menemukan waktu keberangkatan yaitu pukul <math>11.00 - 13 = 10.00</math> malam</li> <li>- Subjek S<sub>3</sub> tidak merevisi model matematika</li> </ul>
Membuat argumentasi matematis	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Memberikan argumen yang logis.</li> <li>- Memberikan alasan untuk menunjukkan bahwa</li> </ul>	Subjek S <sub>3</sub> mampu memberikan alasan bahwa untuk menemukan solusi, bisa	Subjek S <sub>3</sub> mampu memberikan alasan bahwa untuk menemukan solusi tersebut

	pernyataan yang diberikan sebagai jawaban benar	menggunakan konsep dari eliminasi dan substitusi	bisa menggunakan konsep dari kecepatan
Menggeneralisasikan	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Menggunakan fakta dari masalah yang diberikan dengan membuat suatu masalah yang serupa</li> <li>- Membuat pernyataan umum tentang masalah yang diberikan</li> </ul>	Subjek S <sub>3</sub> menyimpulkan dapat menghitung tinggi tower yang pendek dengan ide atau konsep eliminasi dan substitusi	Subjek S <sub>3</sub> menyimpulkan dapat menghitung waktu naik/turun dengan ide atau konsep kecepatan, jarak, waktu



Nb: Halaman ini sengaja dikosongkan

## **BAB V**

### **PEMBAHASAN**

#### **A. Pembahasan Hasil Penelitian**

Berdasarkan hasil deskripsi dan analisis data yang telah dilakukan di bab sebelumnya, telah ditunjukkan proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA. Berikut ini adalah pembahasan mengenai proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.

##### **1. Proses Matematisasi Horizontal Siswa dalam Menyelesaikan Soal PISA**

Berdasarkan hasil analisis data yang telah dilakukan, diketahui bahwa semua subjek mampu melakukan proses matematisasi horizontal dalam menyelesaikan soal PISA. Hal ini terlihat bahwa subjek AR dan subjek NZ mampu mengidentifikasi konsep matematika yang relevan dengan masalah. Kedua subjek menjelaskan bahwa soal nomor 1 berhubungan dengan materi persamaan linear dua variabel. Sedangkan pada soal nomor 2, berhubungan dengan materi kecepatan. Subjek AR dan NZ mampu menyelesaikan persoalan kehidupan sehari-hari dengan melibatkan konsep matematika yang telah mereka pahami. Selaras dengan pernyataan yang ditemukan oleh Hayat dan Yusuf, seorang siswa harus mampu mengaitkan pengetahuan matematikanya dengan situasi atau masalah yang ditemui dalam kehidupan sehari-hari.<sup>1</sup> Oleh karena itu, kedua subjek mampu mengungkapkan konsep matematika yang relevan dengan masalah kontekstual pada soal PISA nomor 1 dan nomor 2.

Namun, subjek SI kurang mampu dalam mengidentifikasi konsep matematika. Sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Kusaeri bahwa dengan memahami konsep, siswa dapat mengembangkan kemampuan penalaran dan memecahkan

---

<sup>1</sup> Bahrul Hayat & Yusuf, “*Mutu Pendidikan*”. (Jakarta: Bumi Aksara, 2011). 212.

masalah matematika secara baik.<sup>2</sup> Hal ini terlihat bahwa subjek SI tidak menjelaskan konsep matematika yang sesuai dengan masalah soal nomor 1, karena ia hanya bernalar dalam menyelesaikan soal tersebut. Kurangnya pemahaman subjek SI terhadap materi prasyarat dapat terjadi karena subjek menggunakan penalaran sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta, dan sumber yang relevan.<sup>3</sup> Oleh karena itu, subjek membutuhkan penalaran untuk pemecahan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Sedangkan pada soal nomor 2, subjek mampu menjelaskan konsep tentang kecepatan, dimana konsep tersebut relevan dengan masalah yang ada di kehidupan sehari-hari. Dengan demikian, soal PISA bukan hanya menuntut kemampuan dalam penerapan konsep saja, tetapi lebih kepada bagaimana konsep itu dapat diterapkan dalam berbagai macam situasi, dan kemampuan siswa dalam bernalar tentang bagaimana soal itu dapat diselesaikan.

Menurut Wardono, pemecahan masalah dalam merancang model matematika perlu adanya representasi matematis untuk mengkomunikasikan suatu ide-ide tertentu yang terdapat pada masalah, sehingga diperoleh solusi yang tepat dari masalah tersebut.<sup>4</sup> Dalam pemecahan masalah soal nomor 1 dan 2, representasi yang digunakan lebih banyak menggunakan verbal dan juga simbol. Hal ini terlihat bahwa subjek AR dan SI mampu merepresentasikan masalah dengan mengungkapkan kembali masalah dan menyebutkan informasi yang diketahui dan ditanyakan dengan tepat pada soal secara tertulis maupun lisan untuk menemukan solusi dari masalah.



---

<sup>2</sup> Kusaeri, "Terbentuknya Konsepsi Matematika pada Diri Anak dari Perspektif Teori Reifikasi dan APOS", *Jurnal Pendidikan Matematika*, Volume 1, Nomor 2, Agustus 2015, Hal 101-105.

<sup>3</sup> Somantanaya, "Analisis Kemampuan Berfikir Nalar Matematis serta Kontribusinya Terhadap Prestasi Belajar" *Jurnal Teori dan Riset Matematika*, Volume 1, Nomor 2, Hal 55, Maret 2017.

<sup>4</sup> Wardono, "Representasi Matematis dalam Pemecahan Masalah", PRISMA, *Prosiding Seminar Nasional Matematika*, Volume 2, 2019, Halaman 606-610.

Namun, subjek NZ kurang lengkap dalam menyebutkan informasi yang diketahui maupun yang ditanyakan pada soal nomor 1 dan 2. Subjek NZ kurang memahami arti keseluruhan dari suatu soal PISA. Hal ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Kusaeri, bahwa menyelesaikan soal bentuk verbal masih menjadi kendala bagi sebagian besar anak.<sup>5</sup> Penelitian yang sejalan dengan lainnya dilakukan oleh Zamzaili, terkadang siswa masih mengalami kendala dalam memahami soal PISA.<sup>6</sup> Hal ini berarti, siswa kurang terbiasa mengaitkan masalah matematika dengan kehidupan sehari-hari serta tidak terbiasanya seorang siswa dalam menyelesaikan soal PISA.

Dalam menyelesaikan soal PISA, subjek AR dan NZ mampu mencari hubungan antara bahasa masalah dengan simbol pada soal nomor 1. Sedangkan pada soal nomor 2, subjek mencari hubungan antara bahasa masalah dengan bahasa formal matematika. Pada soal nomor 1, kedua subjek tersebut menyebutkan kata-kata yang terdapat dalam masalah dengan permisalan simbol matematika yaitu variabel  $x$  untuk masalah pada bangun segi-enam dan variabel  $y$  untuk bangun persegi panjang. Namun, subjek SI mampu menyebutkan kata-kata yang terdapat pada masalah tersebut dengan simbol gambar  bangun  dan untuk menyelesaikan masalah pada tinggi tower yang ketiga.

Sedangkan pada soal nomor 2, semua subjek mampu menyebutkan kalimat yang terdapat dalam masalah dengan bahasa formal matematika. Ketiga subjek menyebutkan kalimat kecepatan turun dua kali lebih cepat dari kecepatan naik yang terdapat dalam masalah dengan bahasa formal matematika yaitu  $2 \times 1,5$  km/jam. Hal ini sesuai dokumen OECD, bahwa soal PISA konten *Change and relationship* merupakan kategori materi yang secara matematis berkaitan dengan pemodelan suatu perubahan dan

<sup>5</sup> Suryanto, Kusaeri, dkk. "Estimasi Parameter Item dan *Latent Class* dengan Model Dina Untuk Diagnosis Kesulitan Belajar", *Jurnal Ilmu Pendidikan*, 18(2), 2012.

<sup>6</sup> Zamzaili, "Analisis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal-Soal PISA di SMP Bengkulu", *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, Volume 3, Nomor 2, Desember 2018, Hal 181.



hubungan yang sesuai dengan fungsi dan persamaan, serta menciptakan, menginterpretasi, dan menerjemahkan suatu hubungan antara simbol dan grafik.<sup>7</sup> Oleh karena itu, semua subjek mampu dalam mengaitkkan hubungan permasalahan tersebut dengan pemodelan simbol matematika.

Penggunaan model matematika merupakan salah satu cara untuk menyelesaikan suatu masalah. Seseorang dapat dikatakan mampu menyelesaikan masalah apabila dapat menerapkan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam situasi baru yang belum dikenal.<sup>8</sup> Hal ini terlihat bahwa subek AR dan NZ mampu menunjukkan cara memperoleh jawaban pada soal nomor 1 dengan memodelkan matematika. Kedua subjek tersebut menjelaskan cara merumuskan 2 model matematika dengan membentuk suatu persamaan linear yang sesuai dengan permasalahan pada tinggi *tower*. Sedangkan subjek SI, mampu menunjukkan cara memperoleh jawaban melalui visualisasi berupa gambar pada masing-masing *tower* serta disertai dengan penjelasan. Namun pada soal nomor 2, semua subjek mampu menunjukkan cara memperoleh jawaban dengan memodelkan matematika yang diperoleh dari bahasa formal matematika. Artinya, semua subjek dapat menyelesaikan jawaban jarak turun dari Ranu Kumbolo ke Ranu Pani yang ada pada masalah tersebut dengan cara yaitu  $18 - 9 = 9$  km. Hal ini menunjukkan bahwa semua subjek mampu mencari keteraturan, hubungan, dan pola yang berkaitan dengan disertai penjelasan tentang gambar atau model dari masalah yang diberikan.

Model matematika merupakan terjemahan ide atau gagasan matematika dari suatu masalah nyata yang diungkapkan melalui lambang atau simbol matematika

<sup>7</sup> OECD 2016 PISA 2015, "Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy"., (Paris: OECD Publishing).

<sup>8</sup> Axanthe Knott, Disertasi: "The Process of Mathematisation in Mathematical Modeling of Number Patterns in Secondary School Mathematics". (Stellenbosch University, Desember 2014), 39.

dalam pemecahan masalah. Model matematika dibuat sebagai cara dalam penyelesaian masalah yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari dan diselesaikan menggunakan matematika.<sup>9</sup> Hal ini terlihat, bahwa subjek AR dan NZ mampu membuat model matematika dari gambar tinggi tower yang ada pada soal nomor 1. Model matematika tersebut berupa persamaan linear dua variabel. Subjek AR menuliskan model matematika  $3x + 3y = 21$  sebagai persamaan untuk tower pertama dan  $3x + 2y = 19$  sebagai persamaan tower kedua. Selain itu, subjek juga menyebutkan persamaan  $x + 2y$  sebagai persamaan tinggi tower yang ditanyakan. Selaras dengan subjek NZ dan SI yang juga mampu menuliskan model matematika pada permasalahan tersebut.

Sedangkan pada soal nomor 2, ketiga subjek menuliskan model matematika berupa rumus jarak dibagi kecepatan untuk mencari waktu naik dan waktu turun. Model matematika yang telah dibuat subjek tersebut digunakan untuk menemukan solusi penyelesaian masalah matematika. Hal ini sejalan dengan penelitian ahsanul, bahwa siswa langsung menerjemahkan bahasa masalah ke dalam bahasa matematika disertai dengan penyelesaian matematis untuk memperoleh penyelesaian dari permasalahan yang diberikan.<sup>10</sup> Dalam hal ini, ketika selesai membaca soal, siswa secara langsung dapat menerjemahkan masalah ke dalam bentuk model matematika. Oleh karena itu, model matematisasi horizontal ini menjadi landasan dalam pengembangan konsep matematika yang lebih formal melalui proses matematisasi vertikal.

## 2. Proses Matematisasi Vertikal Siswa dalam Menyelesaikan Soal PISA

<sup>9</sup> Pitriani, "Kemampuan Pemodelan Matematika dalam *Realistic Mathematics Education* (RME)", JES-MAT, Volume 2, Nomor 1, Maret 2016, Hal 66-67.

<sup>10</sup> Ahsanul Amala, "Profil Proses Matematisasi Horizontal dan Vertikal Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Pecahan Ditinjau dari Kemampuan Matematika". *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, Volume 3, Nomor 5, 2016, Hal 303.

Berdasarkan hasil analisis data yang telah dilakukan, diketahui bahwa masih ada subjek yang belum mampu melakukan semua aktivitas proses matematisasi vertikal dalam menyelesaikan soal PISA. Pada soal nomor 1, subjek AR dan NZ mampu menggunakan representasi berupa variabel simbol, sedangkan subjek SI menggunakan representasi berupa gambar. Representasi tersebut dapat membantu siswa dalam mengkomunikasikan pemikiran dan menjadikan gagasan-gagasan matematis lebih konkrit. Artinya apabila representasi yang digunakan sesuai dengan masalah yang diberikan, maka suatu masalah yang rumit akan menjadi lebih sederhana dan sebaliknya apabila tidak sesuai, maka masalah tersebut akan sukar dipecahkan.<sup>11</sup> Dengan demikian, subjek dapat menggunakan representasinya dengan cara menuliskan beberapa model matematika yang sesuai pada masalah tersebut.

Semua subjek mampu menuliskan model matematika yang menunjukkan susunan dari masing-masing tinggi tower yang berbentuk persegi panjang dan segi enam. Permasalahan pada nomor 1 tersebut nyata dalam kehidupan sehari-hari dan masalah tersebut berkaitan dengan materi persamaan linear dua variabel. Hal tersebut menunjukkan betapa pentingnya peranan representasi matematis dalam pembelajaran matematika. Selaras dengan penelitian Miladiah, bahwa representasi sangatlah penting dalam suatu pembelajaran matematika. Siswa dapat mengembangkan dan memperdalam pemahaman tentang konsep dan hubungan matematika ketika mereka membuat, membandingkan, dan menggunakan berbagai representasi.<sup>12</sup>

Pada soal nomor 2, subjek SI dan NZ menggunakan representasi dengan cara menuliskan simbol matematika seperti jarak dengan simbol  $s$  dan kecepatan dengan simbol  $v$  untuk menentukan waktu yang dibutuhkan saat naik

---

<sup>11</sup> Azka Miladiah, "Analisis Kemampuan Representasi Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Program Linear". *Jurnal Riset Pembelajaran Matematika Sekolah*, Volume 4, Nomor 2, Tahun 2020, Hal 10.

<sup>12</sup> Ibid

maupun turun dengan rumus jarak dibagi kecepatan. Sedangkan subjek AR tidak menuliskan simbol tersebut, melainkan langsung menyelesaikan dengan perhitungan sesuai dengan konsep yang ia pahami. Hal ini selaras dengan pernyataan Lestari bahwa siswa dapat mengingat dan menerapkan simbol atau rumus dalam perhitungan sederhana serta memahami konsep secara terpisah, sehingga mampu mengerjakan perhitungan.<sup>13</sup> Oleh karena itu, siswa mampu menggunakan simbol model matematika yang sesuai dengan pemahaman konsep mereka untuk menyelesaikan suatu masalah.

Van den Heuvel-Panhuizen menyatakan bahwa model matematika yang telah dibangun selama fase matematisasi horizontal digunakan untuk menemukan solusi penyelesaian masalah matematika yang dikenal dengan sebutan proses matematisasi vertikal.<sup>14</sup> Hal ini terlihat ketika subjek AR dan NZ menemukan solusi masalah matematika dengan cara mengeliminasi persamaan model matematika pertama dan kedua dengan menggunakan algoritma penyelesaian berupa pengurangan. Algoritma sebagai suatu bentuk penerapan dari konsep yang telah dipelajari dan penyelesaian masalahnya menekankan pada prosedur dan algoritma yang bersifat terbatas.<sup>15</sup> Artinya, siswa hanya akan menyelesaikan masalah sesuai dengan yang telah diajarkan oleh guru kepadanya. Hal ini terlihat, bahwa kedua subjek tersebut melakukan substitusi nilai bangun persegi panjang ke dalam salah satu persamaan model matematika untuk menemukan nilai dari bangun segi-enam. Dimana cara penyelesaian tersebut sudah diajarkan oleh gurunya.

Namun, subjek SI tidak menggunakan cara eliminasi yang telah diajarkan oleh guru. Subjek tersebut menemukan nilai dari tinggi bangun persegi panjang

<sup>13</sup> Lestari, K. E., & Yudhanegara, M. R. "Penelitian pendidikan matematika", (Bandung: PT.Refika Aditama, 2015), Hal 35

<sup>14</sup> Van den Heuvel-Panhuizen, M., "*Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. Freudenthal Institute CD-ROM for International Commission on Mathematics Education (ICME) 9*". Utrecht: Utrecht University, 2000.

<sup>15</sup> Tita Mulyati, "Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa". *Jurnal UPI*, 2017.

dengan cara mengurangi tinggi tower pertama 21 meter dengan tinggi tower kedua sebesar 19 meter. Sehingga diperoleh tinggi bangun persegi panjang yaitu 2 meter. Hal ini terlihat, bahwa subjek SI tidak menggunakan penerapan konsep dalam menyelesaikan soal nomor 1. Sedangkan pada soal nomor 2, semua subjek mampu mengerjakan perhitungan berdasarkan konsep rumus kecepatan untuk mencari waktu naik dan turun. Selanjutnya, subjek SI dan NZ mampu melakukan perhitungan dengan menjumlahkan waktu naik, turun dan istirahat untuk menemukan jumlah seluruh waktu yang dibutuhkan. Tetapi, subjek AR tidak mampu menghitung dengan tepat, karena ia tidak melakukan operasi penjumlahan dengan waktu istirahat saat perhitungan. Dengan demikian, masih ada subjek yang kurang mampu menyelesaikan masalah dengan menggunakan simbol matematika, bahasa matematika, dan dengan algoritma penyelesaian.

Pada tahap melakukan penyesuaian dan pengembangan model matematika. Semua subjek menggabungkan model matematika pada soal nomor 1 dan tidak merevisi model matematika yang telah dibuat pada matematisasi horizontal. Subjek menggabungkan model tersebut dengan cara mensubstitusikan nilai yang diketahui ke dalam persamaan yang ditanyakan untuk menemukan solusi dari masalah tinggi tower sebesar 9 meter. Solusi masalah tersebut bisa diselesaikan karena subjek mampu menggabungkan model matematika. Hal ini sesuai dengan definisi matematisasi vertikal yaitu sebagai proses pengorganisasian yang terjadi di dalam sistem matematika. Proses yang terjadi di dalam sistem matematika misalnya: penemuan strategi menyelesaikan soal, mengaitkan hubungan antar konsep-konsep atau menerapkan rumus.<sup>16</sup> Dengan demikian, semua subjek tersebut mampu melakukan proses pengorganisasian dalam sistem matematika, karena mereka mengaitkan hubungan antar konsep matematika.

---

<sup>16</sup> Van den Heuvel-Panhuizen, M., Loc.Cit

Sedangkan soal nomor 2, subjek SI dan NZ menggabungkan jumlah waktu yang dibutuhkan sebesar 13 jam dengan pukul tiba. Caranya yaitu mengurangi pukul 11.00 dengan 13 jam. Sehingga diperoleh pukul 22.00 malam yang merupakan jawaban dari solusi waktu keberangkatan. Hal ini berarti, kedua subjek mampu melakukan proses pengorganisasian dalam sistem matematika, karena mereka mengaitkan hubungan antar konsep matematika dan menggunakan rumus tersebut untuk menemukan jawaban. Namun, subjek AR kurang tepat dalam menemukan solusi masalah secara tertulis. Ia melakukan revisi model matematika pada saat wawancara, sehingga subjek tersebut mampu memperoleh jawaban yang tepat setelah melakukan revisi model matematika.

Kemudian, subjek AR memberikan alasan bahwa penyelesaian yang dikerjakan pada soal nomor 1 itu sudah benar. Subjek tersebut memberikan argumen yang logis, bahwa jawaban soal nomor 1 tersebut bisa diselesaikan dengan menggunakan konsep eliminasi dan substitusi. Pada soal nomor 2, masalah tersebut dapat diselesaikan dengan konsep kecepatan. Selain itu, subjek juga memberikan alasan bahwa sudah meneliti penyelesaiannya secara berulang kali dan menganggap jawaban itu sudah benar. Sedangkan subjek SI memberikan alasan bahwa untuk menemukan solusi nomor 1 bisa menggunakan penalaran pada gambar tower pertama dan kedua yang telah diketahui pada soal. Hal ini selaras dengan Wetson yang menyatakan bahwa penalaran sebagai dasar penyusunan wacana tulis argumentatif yang dapat diutarakan melalui argumen dengan contoh.<sup>17</sup> Oleh karena itu, sebuah argumentasi yang baik dan lengkap menuntut sebuah alasan dengan mengemukakan bukti-bukti dan contoh-contoh. Selain itu, subjek NZ juga memberikan alasan berupa pernyataan mengenai jawaban yang telah ia tuliskan dengan menggunakan konsep yang dipahami. Dengan demikian, argumentasi ini mengharuskan seorang

---

<sup>17</sup> Weston, "Kaidah Berargumentasi" (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2007)

siswa untuk mampu mempertanggung-jawabkan apa yang dinyatakan atau dikatakan.

Tahapan terakhir pada proses matematisasi vertikal yaitu menggeneralisasikan. Menurut Hermanto, generalisasi merupakan proses penarikan kesimpulan dimulai dengan memeriksa keadaan khusus menuju kesimpulan umum.<sup>18</sup> Hal ini terlihat bahwa subjek SI dan NZ mampu menyimpulkan tentang masalah yang diberikan pada soal nomor 1 dan 2, meskipun masih ada yang kurang tepat dalam menyimpulkannya. Namun, subjek AR tidak mampu menyimpulkan masalah pada soal nomor 2, karena subjek tidak tepat dalam proses perhitungan penyelesaian masalah. Sehingga, subjek AR tersebut tidak mampu dalam melakukan generalisasi.

## **B. Kelemahan Penelitian**

Kelemahan dalam penelitian ini salah satunya adalah proses matematisasi horizontal dan vertikal yang digali masih terbatas. Padahal banyak aspek lainnya yang turut mempengaruhi seperti kemampuan matematika tinggi, sedang dan rendah siswa. Kelemahan tersebut mungkin dapat mempengaruhi proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA. Selain itu, pada kondisi pandemi ini membuat proses penelitian dan eksplor ke subjek kurang maksimal. Hal ini dikarenakan, siswa menyelesaikan soal PISA secara online sehingga tidak bisa memastikan itu jawaban asli dari subjek, atau dibantu oleh pihak lain.

---

<sup>18</sup> Hermanto, R. "Pengaruh Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD Berbantuan Program Sketchpad Terhadap Kemampuan Generalisasi Matematik Siswa SMP". Tesis Upi. Bandung, 2011.



## **BAB VI PENUTUP**

### **A. Simpulan**

Berdasarkan analisis data dan pembahasan yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Proses matematisasi horizontal siswa dalam menyelesaikan soal PISA dimulai dari siswa menyebutkan dan mengungkapkan semua informasi-informasi yang diperlukan, diikuti mengidentifikasi dua konsep matematika yang relevan, mengungkapkan kembali soal dengan kalimatnya sendiri, menyebutkan semua kata-kata yang terdapat pada soal dengan permisalan variabel, dan menjelaskan cara merumuskan model matematika.
2. Proses matematisasi vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA dimulai dari siswa menggunakan representasi simbol dengan cara menuliskan beberapa model matematika, lalu menggunakan simbol dan algoritma penyelesaian sesuai dengan konsep persamaan linear dua variabel dan konsep kecepatan, tidak melakukan revisi model matematika, memberikan argumentasi dan memberikan kesimpulan jawaban.

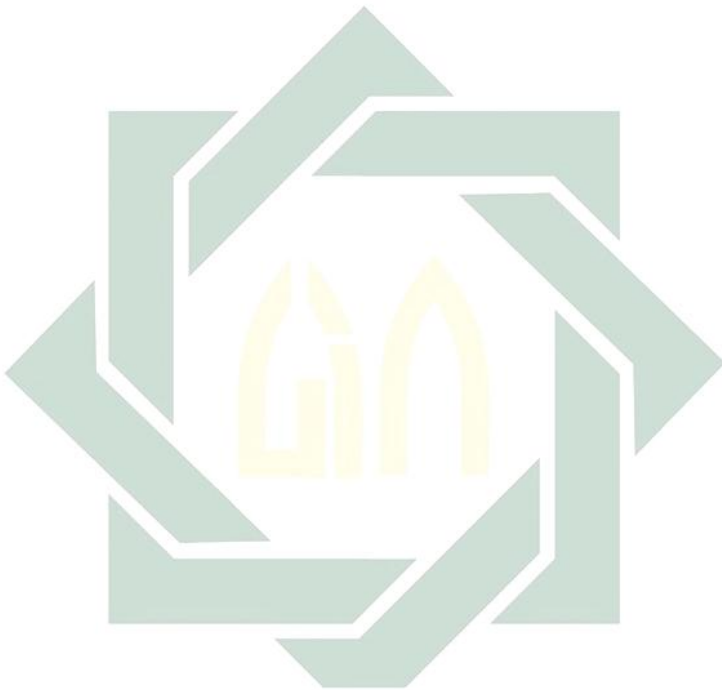
### **B. Saran**

Berdasarkan hasil penelitian ini, saran yang dapat peneliti kemukakan adalah:

1. Bagi guru, sebaiknya guru lebih meningkatkan penguasaan materi terhadap kompetensi dasar yang dipelajari dalam pembelajaran matematika. Kemudian, guru sebaiknya memanfaatkan masalah-masalah real atau kontekstual seperti soal PISA, agar dapat merangsang siswa melakukan proses matematisasi horizontal dan vertikal.
2. Bagi siswa, sebaiknya siswa lebih terbiasa dalam menyelesaikan soal-soal PISA, agar siswa lebih mempunyai keterampilan dalam memproses perencanaan pemecahan masalah untuk menyelesaikan soal.



3. Bagi peneliti lain, perlu untuk mempertimbangkan faktor-faktor lain seperti kemampuan matematika siswa, gaya belajar siswa dan gaya kognitif, sehingga dapat melihat proses matematisasi horizontal dan vertikal siswa dalam menyelesaikan soal PISA.



## DAFTAR PUSTAKA

- Ahsanul, Muhammad. (2016). Profil Proses Matematisasi Horizontal dan Vertikal Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Pecahan Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika UNESA*, 3(5), 301-306.
- Aida, N., Kusaeri, K., & Hamdani, S. (2017). Karakteristik Instrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika Ranah Kognitif yang Dikembangkan Mengacu pada Model PISA. *Suska Journal of Mathematics Education*, 3(2), 130-139.
- Artiani, Yuni. (2017). *Pengaruh Pendekatan Realistik Matematik Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Kelas VII*. Skripsi. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Aulia, Khusvia. (2015). *Profil Berpikir Refraksi Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Change nd Relationship Soal PISA Ditinjau Dari Gaya Berpikir*. Skripsi. Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya.
- Brookhart, Nitko. (2011). *Educational assessment of student 6<sup>th</sup>*. Boston: Pearson Education, Inc.
- Cholidah, Ayu Evita Laily. (2015). *Pengembangan Soal Matematika Model PISA Untuk Mengukur Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa SMP*. Skripsi. Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya.
- Daane, C.J., & lowry, P.K. (2004). *Non-Routine Problem Solving Activities*. Alabama Journal Mathematics Activities, 25-28.
- De Lange. (1987). *Mathematics Insight and Meaning: Teaching, Learning and Testing of Mathematics for the Life and Social Sciences*. Utrecht: Vakgroep Onderzoek Wiskundoonderwijs en Onderwij Computercentrum.
- Dewantara., Zulkardi & Darmawijoyo. *Assessing seventh graders' mathematical literacy in solving PISA-Like tasks*.

Journal on Mathematics Education, Vol 6, No 2, 2015, 117-128.

- Fatmawati, Diyah. (2016). Pengembangan Soal Matematika Pisa pada Konten Change and Relationship Untuk Siswa Sekolah Menengah Pertama. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 31.
- Fitriyah, Azid. (2014). *Analisis Kemampuan Siswa Menyelesaikan Soal Berdasarkan Taksonomi SOLO Pada Materi Lingkaran Kelas VII Mts Manbaul Uhum Tlogorejo Karangawen*. Skripsi. Semarang: IAIN Walisongo.
- Hayat, Bahrul. (2011). Mutu Pendidikan. Jakarta: Bumi Aksara.
- H, Hasanah. (2017). Efektivitas Soal-soal Matematika Tipe PISA Menggunakan Konteks Budaya Sumatera Utara untuk Mendeskripsikan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematis Siswa SMP Kota Medan. *Jurnal AXIOM*, 6(1), 65.
- Idrus, Muhammad. (2009). Metode Penelitian Ilmu Sosial. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Hermanto, R. (2011). *Pengaruh Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD Berbantuan Program Sketchpad Terhadap Kemampuan Generalisasi Matematik Siswa SMP*. Tesis. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Johar, R. (2012). Domain Soal PISA untuk Literasi Matematika. *Jurnal Peluang*, 1(1), 30-41.
- Kusaeri, K., Suryanto, S., & Kumaidi, K. (2012). Estimasi parameter item dan latent class dengan model DINA untuk diagnosis kesulitan belajar. *Jurnal Ilmu Pendidikan*, 18(2), 187-193.
- Kusaeri, K. (2017). Terbentuknya konsepsi matematika pada diri anak dari perspektif teori reifikasi dan APOS. *Jurnal Pendidikan Matematika (JPM)*, 1(2), 101-105.

- Kusaeri, K., & Aditomo, A. (2019). Pedagogical beliefs about critical thinking among Indonesian mathematics pre-service teachers. *International Journal of Instruction*, 12(1), 573-590.
- Knott, Axanthe. (2014). *The Process of Mathematisation in Mathematical Modeling of Number Patterns in Secondary School Mathematics*. Tesis. Stellenbosch University.
- Latterell, Carmen M. (2005). *Math Wars: A Guide for Parents and Teachers*. California: Greenwood Publishing Group.
- Larasati, Nindi. (2017). Literasi Matematika Pada Mahasiswa Fakultas Ekonomi Universitas Pancasakti Tegal. *Jurnal Pendidikan MIPA Pancasakti*, 1(1), 35-42.
- Lestari, K. E., & Yudhanegara, M. R. (2015). Penelitian pendidikan matematika. Bandung: PT.Refika Aditama.
- Lestariningsih, Amin. (2018). *Students' Mathematisation in Solving Mathematical Literacy Problems with Space and Shape Contents*. Proc. of University of Muhammadiyah Malang's 1st INCOMED, 160-291.
- Mena, Alex B. (2016). Literasi Matematis Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Ditinjau dari Adversity Quotient (AQ). *Jurnal Kreano*, 2(7), 187-198.
- Miladiah, Azka. (2020). Analisis Kemampuan Representasi Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Program Linear. *Jurnal Riset Pembelajaran Matematika Sekolah*, 4(2), 10.
- Miller, M.D., Linn, R. L., & Gronlund, N. E. (2009). *Measurement and assessment in teaching 10th ed*. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education Ltd, 65.
- Moleong, Lexy. (2008). *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosdakarya.

- Mulyati, Tita. (2017). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa. *Jurnal UPI*, 3(2), 49.
- Murata dan Kattubadi. (2012). Grade 3 Students mathematization through modeling: situation models and solusion models with multi-digit subtraction problem solving. *The Journal of the mathematics behavior*, 3(1), 17.
- Nasriyadi, Ahmad. (2017). Kemampuan Siswa Memecahkan Soal Setara PISA Konteks Pekerjaan. *STKIP Bina Bangsa Getsempena*, 3(2), 225.
- Novitasari, Wiwik. (2012). *Pengembangan Media Cerpen Matematika untuk Menyelesaikan Soal Cerita Pada Materi Kubus dan Balok*. Skripsi. Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya.
- Nur Aini, Rahmawati. (2014). Analisis Pemahaman Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar pada PISA. *Jurnal ilmiah Pendidikan Matematika, Mathedunesa*, 3(2), 159-160.
- Nursyahidah, F., & Albab, I. U. Investigating student difficulties on integral calculus based on critical thinking aspects. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, vol 4, nomor 2, 2017, 211-218.
- OECD. 2003. *“Literacy Skills for the World of Tomorrow. Further Results from PISA 2000”*. Paris: OECD.
- OECD. 2004. *“Learning for Tomorrow’s World. First Result from PISA 2003”*. Paris: OECD.
- OECD. 2007. *“Science Competencies for Tomorrow’s World from PISA 2006”*. Paris:OECD.
- OECD. 2009. PISA 2009. *“Assessment Framework- Key Competencies Reading, Mathematics and Science”*. Paris: OECD.
- OECD. 2012. PISA 2012. *“Result in Focus”*. Paris: OECD Publishing.

- OECD. 2016. *PISA 2015, "Results in Focus"*. (online), (WWW.OECD.ORG/PISA. Diakses pada tanggal 19 Desember 2016).
- OECD. 2018. *PISA 2018. "Result in Focus"*. Paris: OECD Publishing.
- Özcan, Z. Ç., İmamoğlu, Y., & Bayraklı, V. K. (2017). Analysis of sixth grade students' thinkaloud processes while solving a non-routine mathematical problem. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 17(1), 129–144.
- Pitriani. (2016). Kemampuan Pemodelan Matematika dalam Realistic Mathematics Education (RME). *JES-MAT*, 2(1), 65.
- Predinger. (2008). Why Johnny Can't Apply Multiplication? Revising Choice of Operation with Fraction. *International Elektronik Journal of Mathematics Education*, 6(2), 65-88.
- Purnomo, Suryo. (2015). Analisis Respon Siswa Terhadap Soal PISA Konten Shape and Space dengan Rasch Model. *Paper Presented at Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY*, 125.
- Rahardjo, Mudjia. (2010). *Triangulasi dalam Penelitian Kualitatif*. Materi Kuliah Metpen, diakses dari [mudjiahardjo.uin-malang.ac.id/materi-kuliah/270-triangulasi-dalam-penelitian-kualitatif.html](http://mudjiahardjo.uin-malang.ac.id/materi-kuliah/270-triangulasi-dalam-penelitian-kualitatif.html), pada tanggal 16 Maret 2019.
- Rahmawati. (2016). Profil Matematisasi Siswa SMA dalam Menyelesaikan Masalah Ditinjau dari Gaya Kognitif *Visualizer* dan *Verbalizer*. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 3(5), 215.
- Ramelan, Rahmad. (2018). Peningkatan Kemampuan Guru Matematika dalam Perancangan Soal-Soal Berbasis HOTS. *Jurnal Pakar Pendidikan*, 16(1), 62.

- Rasmussen, Zandieh, King & Teppo. (2005). *Advancing Mathematical Activity: A Practice-Oriented View of Advanced Mathematical Thinking*. Mathematical Thinking and Learning.
- Regato, J.D., & Gilfeather. (1999). *Routine & Nonroutine Problem Solving. Mathematics Experience*.
- Rosnawati. (2009). Enam Tahapan Aktivitas dalam Pembelajaran Matematika untuk Mendayagunakan Berpikir Tingkat Tinggi Siswa. *Jurnal Universitas Negeri Yogyakarta*.
- Rendik, Muhammad. (2014). *Analisis Matematisasi Siswa dalam Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Matematika Realistik Pokok Bahasan Kesebangunan di Kelas IX G SMPN 29 Surabaya Ditinjau dari Kemampuan Matematika Siswa*. Skripsi. Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya.
- Setiawan, Harianto. (2014). Soal Matematika Dalam PISA Kaitannya Dengan Literasi Matematika dan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Universitas Jember*.
- Somantanaya. (2017). Analisis Kemampuan Berfikir Nalar Matematis serya Kontribusinya Terhadap Prestasi Belajar. *Jurnal Teori dan Riset Matematika*, 1(2), 55.
- Sugiman & Yaya. (2010). Dampak Pendidikan Matematika Realistik Terhadap Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa SMP. *Jurnal Indo MS JME*, 1(1), 42.
- Sugiono. (2011). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Susanti. (2019). Pengembangan Soal Matematika Menggunakan Konteks Bowling untuk Siswa kelas VII SMP. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Universitas PGRI Palembang*.

- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – The Wiskobas Project*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Üzel, D., & Mert Uyangör, S. (2006). Attitudes of 7th class students towards mathematics in realistic mathematics education. *International Mathematics Forum*, 139.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. Freudenthal Institute CD-ROM for International Commission on Mathematics Education (ICME) 9*. Utrecht: Utrecht University. 2000.
- Wardani, Sri dan Rumiati. (2011). Instrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika SMP: Belajar dari PISA dan TIMMS. P4TK Pendidikan Nasional Matematika.
- Wardono. (2019). Representasi Matematis dalam Pemecahan Masalah. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 606-610.
- Weston, A. (2007). *Kaidah Berargumentasi*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Wijaya, Ariyadi. (2012). *Pendidikan Matematika Realistik Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Yani, Ika. (2016). *Analisis Proses Matematisasi Siswa Kelas VIII dengan (RME) Berbantuan Kartu Masalah Ditinjau Dari Gaya Kognitif*. Semarang: UNNES
- Zamzaili. (2018). Analisis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal-Soal PISA di SMP Bengkulu. *Jurnal Pendidikan Matematika Raflesia*, 3(2), 181.
- Zbiek, R. M., & Conner, A. (2006). *Beyond Motivation: Exploring Mathematical Modeling as a Context for Deepening Students' Understandings of Curriculum Mathematics*. Education Studies in Mathematics.